

Народна банка на Република Македонија

Работен материјал

2015



**Оценка на ефикасноста на македонските банки –
примена на пристапот на стохастичка граница**

*Михајло Васков, Петар Дебников,
Неда Поповска - Камнар, Катерина Сулева*

октомври 2015 г.

Апстракт

Ова истражување ја опфаќа проценката на трошочната ефикасност на банкарскиот сектор во Македонија за периодот од 2004 до 2012 година, со користење на методот на стохастичка граница. Според резултатите, просечната трошочна ефикасност на осумнаесетте банки коишто се опфатени во примерокот изнесува околу 84%, што претпоставува дека околу една шестина од ресурсите на банките се изгубени во процесот на давање на банкарските услуги. Воедно, преку методот на најмали квадрати, се определува поврзаноста на определени фактори со проценетата неефикасност на банкарскиот систем. Следствено, утврдиме дека статистички значајно влијание врз неефикасноста на банките имаат факторите како што се претежното учество на странските акционери, котирањето на банката на берза, нето каматната маргина, показателот за учеството на нефункционалните кредити, конкуренцијата, присуството на валутната компонента во работењето, учеството на ликвидните во вкупните средства, како и видот на депозитите.

JEL класификација: C18, C23, D24, G21

Клучни зборови: ефикасност, трошочна ефикасност, стохастичка граница, фактори коишто влијаат врз ефикасноста

Искажаните ставови и мислења во трудот се на авторите и не претставуваат официјални ставови и мислења на Народната банка на Република Македонија.

Електронска пошта на авторите: VaskovM@nbrm.mk; DebnikovP@nbrm.mk; PopovskaN@nbrm.mk; SulevaK@nbrm.mk.

Истражувањето е направено со користење на техничка помош од Ристо Херала, експерт од Централната банка на Финска, во рамки на инструментот на Европската комисија за техничка помош на земјите – кандидати за членство (Technical Assistance Information Exchange Instrument – TAIEX).

Содржина

1. Вовед.....	3
2. Користена литература.....	4
3. Опис на користената методологија.....	6
4. Емпириски резултати	22
5. Заклучок.....	33
Референци	36
Прилог I: Функции на дистрибуциите на веројатност на мерката за неефикасност (u_i).....	48
Прилог II: Примена на методот МЛЕ за определување на параметрите од границата на ефикасност.....	50
Прилог III: Осврт на естиматорите на мерката за неефикасност	56
Прилог IV: Функционални форми на границата на ефикасност на банките.....	59
Прилог V: Примена на пристапот на стохастичката граница на податоците во форма на панел	62
Прилог VI: Краток осврт на движењата на показателите за ефикасноста на македонскиот банкарски систем	69
Прилог VII: Дескриптивна статистика на користените варијабли во трудот	74

1. Вовед

Предуслов за макроекономска стабилност и одржлив економски раст е функционирањето на стабилен банкарски систем. Стабилноста на банкарскиот систем, меѓу другото, подразбира задоволително ниво на неговата ефикасност, бидејќи само на тој начин банкарскиот систем може да придонесе за правилната алокација на финансиските ресурси. Поефикасните банки создаваат услови за јакнење на улогата и значењето на финансискиот пазар за економијата во целина. Оттука, истражувањата насочени кон проценка на ефикасноста на банкарските системи, како и утврдување на најважните фактори што влијаат врз ефикасноста се предмет на забележителен интерес во истражувачката литература од областа на банкарството.

Овој труд е посветен на испитување на трошочната ефикасност кај банкарскиот систем во Република Македонија, со користење панел - податоци од осумнаесет банки за периодот од 2004 до 2012 година. Испитувањето на трошочната ефикасност за македонскиот банкарски систем е од големо значење за подобрување на неговите остварувања, имајќи предвид дека најголемиот дел од приходите на банките се употребуваат за покривање на оперативните трошоци, чијашто големина, од своја страна може да биде под влијание на одлуките на менаџментот на банките. Најпрво конструираме функција на границата на ефикасноста со примена на методот на стохастичка граница на ефикасност, како најпозната параметарска техника, а потоа со примена на оваа граница, ја определуваме трошочната (не)ефикасност за банкарскиот систем и за одделните банки. Во функционалната форма за трошочната граница на ефикасноста, како зависна варијабла се земаат трошоците на банките, додека објаснувачките варијабли се соодветна векторска комбинација на количини на определени излезни варијабли (англ. input) и цените на определени влезни варијабли (англ. output). Неефикасноста е составен дел од вкупното отстапување на направените трошоци од потенцијалните минимални трошоци потребни за да се добие нивото на излезните варијабли согласно цените на користените влезни варијабли. Целта е да се добие информација за големината на оценетата неефикасност, при избраната функционална форма на границата на ефикасноста, да се согледа нејзината временска динамика и споредба меѓу банките, а на крајот го оценуваме влијанието на избраните фактори врз неефикасноста на банките. По конструкцијата на границата на ефикасноста и определувањето на мерката за неефикасноста, логичен чекор во анализата е да се утврди кои фактори ги условуваат разликите во проценетото ниво на неефикасност кај анализираната популација и какво е нивното влијание. Во литературата се забележуваат големи разлики во листата на фактори чиешто влијание врз неефикасноста може да се испитува и по својата природа можат да се однесуваат на карактеристиките на банките, на пазарот, на макроекономските фактори или да произлегуваат од регулаторното опкружување.

Понатамошната структура на материјалот е следнава: во вториот дел се дава осврт на постојните теоретски пристапи и применливи истражувања од оваа област, во третиот опис на методологијата што е користена во трудот, во четвртиот дел се прикажани емпириските резултати од истражувањето и во шестиот дел се дадени се заклучните согледувања.

2. Користена литература

Интересот за применетите истражувања за ефикасноста на банките може да биде разновиден, почнувајќи од истражувања на ефектите од политиките во финансискиот систем, преку истражувања на разликите во нивото на ефикасноста во зависност од примената на различна методологија, па сè до студии посветени на изнаоѓањето можности за подобрување на резултатите на менаџментот (Berger & Humphrey, 1997). Во транзициските економии, истражувањето на ефикасноста на банките е тесно поврзано со структурните промени што се случуваат во банкарските системи на овие земји. Оттука, со овие истражувања се испитуваат ефектите од приватизацијата на банкарскиот сектор, од влезот на странски капитал, од спојувањата и припојувањата меѓу банките, влијанието на промените во економските услови врз работењето на банките, како и испитување на врските меѓу банкарската ефикасност и склоноста кон преземање ризик од страна на банките (Hughes & Mester, 1992), (Berger & De Young, 1997), (Hughes, et al., 1999), (Altunbas, et al., 2007), (Fiordelisi, et al., 2011) итн. Друго подрачје на интерес за истражување на банкарската ефикасност е компаративна анализа на оценетата ефикасност по одделни земји (Tecles & Tabak, 2010), (Radić, et al., 2012). Како главен проблем во овие анализи е тоа што различните банкарски сектори се споредуваат со иста функција што ја претставува границата на ефикасност, со што се претпоставува дека сите земји имаат иста технологија на „производство“. Овој проблем се надминува со вклучување на т.н. контролни варијабли (англ. environmental variables), коишто го отсликуваат различното влијание на окружувањето меѓу споредуваните земји. Друго подрачје што е предмет на интерес е споредба на нивото на оценета (не)ефикасност во зависност од избраната техника за оцена на ефикасноста и конкретните методолошки алтернативи коишто се применети (Berger & Mester, 1997). Анализата може да се продлабочи и со истражување на разликите кај одделните групи техники според карактеристиките на банките или во редоследот според оценетата ефикасност и сл. Кај заклучоците во однос на редоследот на банките според мерката на ефикасноста главно нема значителни разлики меѓу најкористените техники (т.н. Stochastic Frontier Analysis – SFA или т.н. Data Envelopment Analysis - DEA), иако се можни поголеми разлики во добиената големина на оценката за ефикасноста од двете техники. Постојат и студии со кои се мери релативната ефикасност на индивидуални организациски делови од една иста банка и се објаснуваат факторите на неефикасноста, па преку нив се објаснува и недоволното користење на ефектите од економијата од обем од страна на банките со големи мрежи на филијали (Berger, et al., 1997).

Трошочната ефикасност се смета за најчесто применуваниот концепт во анализите на банкарските остварувања (Altunbas, et al., 2000), (Nikiel & Opiela, 2002), (Hasan & Marton, 2003), (Weill, 2003), (Matoušek & Taci, 2004), (Fries & Taci, 2005), (Kraft, et al., 2006), (Karas, et al., 2008), (Brissimis, et al., 2009), (Kosak & Zoric, 2009). Трошочната ефикасност покажува колку трошоците на одделна банка се блиску до она што би ги претставувало оптималните трошоци за најдобрата банка (т.н. англ. best practice bank) којашто ја произведува истата излезна варијабла со истата комбинација на влезни варијабли. Во досегашните истражувања, оценката на трошочната ефикасност често се применува за споредба на варијациите во ефикасноста помеѓу одделните банки категоризирани од аспект на сопственичките карактеристики (приватни или јавни, странски или домашни банки). Во овој контекст, Kraft et al. (2006) на пример ја испитуваат ефикасноста на јавните наспроти новооснованите приватни и приватизирани банки во

Хрватска и добиваат резултат што укажува дека приватизираните банки не се поефикасни од јавните и дека приватизацијата, самата по себе, не значи директно подобрување на ефикасноста. Од друга страна, нивниот заклучок во однос на странската сопственост укажува на далеку повисока ефикасност кај странските банки во Хрватска. До сличен заклучок доаѓа и [Weill \(2003\)](#) којшто прави споредба на ефикасноста кај странските и домашните банки во Чешка. [Fries и Taci \(2005\)](#) вклучуваат поширок примерок на банки од 15 источноевропски земји во транзиција и доаѓаат до истиот заклучок дека банките во странска сопственост имаат поголема трошочна ефикасност од домашните банки. Некои истражувања ([Grigorian & Manole, 2006](#)), ([Yildirim & Plilippatos, 2003](#)) ја продолжуваат анализата, применувајќи ја процедурата во два чекора за истражување на причините за разликите во ефикасноста на одделите типови банки или банките од различни земји, користејќи објаснувачки макроекономски варијабли, индекси за институционалните реформи или варијабли поврзани со карактеристиките на банкарските системи.

Профитната ефикасност претставува уште еден концепт за оценка на банкарската ефикасност. Со профитната ефикасност се мери колку е банката блиску до остварувањето максимално можен профит при дадени цени на влезни варијабли и излезни варијабли. За разлика од трошочната ефикасност, профитната ефикасност ги зема предвид цените на излезните варијабли, наместо количините, со што се овозможува ефикасноста да се менува во зависност од изборот на излезните варијабли. Покрај ова, се смета дека максимизацијата на профитот е супериорна во однос на минимизацијата на трошоците, затоа што токму профитот е поприфатената економска цел на сопствениците ([Berger & Mester, 1997](#)), па поради тоа претставува атрактивна тема за истражување. [Hassan и Marton \(2003\)](#) ги вклучуваат двата концепта на ефикасноста во својата анализа на банките во Унгарија за периодот од 1993 до 1997 година и применувајќи ја процедурата во два чекора, ги оценуваат факторите што ја условуваат неефикасноста. Тие укажуваат на тоа дека приватизацијата, странската сопственост, регулаторниот амбиент и големината на банката помагаат за подобрување и на трошочната и на профитната ефикасност. Стабилноста на земјата и економската состојба се исто така фактори коишто имаат вакво влијание. Одредени фактори, како на пример ликвидноста позиција на банките, се карактеризираат со спротивно влијание врз двата концепта на ефикасност, предизвикувајќи зголемување на трошочната ефикасност, но истовремено имаат негативно влијание врз профитната ефикасност. Од друга страна, врската помеѓу концентрацијата на финансиски капитал како објаснувачка варијабла и обете оценки на ефикасноста е инверзна.

Од истражувањата за банкарската ефикасност, издвојуваме две истражувања каде што во примерокот на земји за коишто се оценува ефикасноста на банките во определен временски период е вклучена и Македонија. [Fang et al. \(2011\)](#) ја испитуваат трошочната и профитната ефикасност на банкарските системи на шест транзициски земји од Југоисточна Европа, со користење на методот на стохастичка граница за периодот од 1998 до 2008 година. Притоа, добиено е дека просечната трошочна ефикасност во овие земји изнесува 68,6%, додека профитната 53,9%. Македонскиот банкарски систем со трошочна ефикасност од 73,7% се наоѓа на третото место од анализираната група земји, по Хрватска и Албанија. Од аспект на профитната ефикасност, којашто е определена на 61,3%, се наоѓа на второто место, по Бугарија. Во истражувањето се анализирани и двигателите на банкарската ефикасност, при што заклучокот е дека банките во странска сопственост се поврзани со поголема профитна ефикасност, но помала трошочна

ефикасност. Ова се објаснува со потребата за поголеми инвестиции за стекнување пазарна позиција, но и потребата од обука на вработените, подобрување на постоечката технологија, ширење на мрежата итн. Од останатите фактори, со поголема трошочна и профитна ефикасност се поврзуваат степенот на конкуренција, банкарските реформи, приватизацијата и квалитетот на управувањето. Во истражувањето на [\(Yildirim & Philippatos, 2007\)](#), трошочната и профитната ефикасност на банкарските системи на дванаесет транзициски земји за периодот од 1993 година до 2000 година е оценета со користење на пристапот на стохастичка граница, како претставник на параметарските техники и т.н. „Дата енвелопмент аналајзис“ (англ. Data Envelopment Analysis) како непараметарска техника. Притоа, според пристапот на стохастичка граница, трошочната ефикасност на Македонија изнесува 76,8% и се наоѓа на шестото место во групата анализирани земји. Од аспект на факторите коишто влијаат врз (не)ефикасноста, според резултатите од ова истражување, големината и капитализираноста на банките се поврзани со поголема ефикасност, конкуренцијата во банкарскиот систем со поголема трошочна ефикасност, а со помала профитна ефикасност. За разлика од претходната анализа, во овој случај банките во странска сопственост имаат поголема оценка за трошочната ефикасност, но помала за профитната. Воедно, од аспект на големината на банките се укажува дека големите банки во овие земји имаат поголема трошочна ефикасност, што се објаснува со поголемите ефекти на економијата од обем.

3. Опис на користената методологија

Појдовна основа за анализа на ефикасноста е нејзиното дефинирање. Микроекономската теорија, преку различни форми на функции успеала да ја прикаже меѓузависноста на производството, трошоците или профитот од избрани независни варијабли. Границата на ефикасноста претставува специфична функционална форма, заснована врз концептите за оптимизација и на т.н. функции на оддалеченост (англ. distance functions), којашто овозможува да се добие мерка за неефикасноста, односно загубите поради неоптималност и последователно, да се идентификуваат факторите што ги условуваат разликите во ефикасноста. Со функциите на оддалеченост може да се воспостави целосно, формално, математичко двојство меѓу производните можности и трошочните функции така, што се воспоставува однос меѓу нивните структурни својства [\(McFadden, 1978\)](#). Во таа насока, најпрво треба да се утврди оптималната комбинација меѓу определени влезните варијабли и излезните варијабли од производниот процес, којашто овозможува остварување на максималното ниво на ефикасност во зависност од нејзината избрана дефиниција. Секое отстапување, односно оддалеченост на опсервациите на анализираниите субјекти од така направената комбинација, претставува можен извор на нивна неефикасност. За да се смета за ефикасен, анализираниот субјект треба да се наоѓа на самата граница на ефикасноста, односно колку што е поблиску до границата, толку е поголема неговата ефикасност. На овој начин, со конструкција на границата на ефикасноста и преку мерење на отстапувањето од неа, може да се добие објективна нумеричка вредност за (не)ефикасноста и соодветно, рангирање на субјектите коишто се испитуваат. Ефикасноста може да се дефинира на неколку начини и следствено да се формулираат различни општи функционални форми за нејзино добивање. Во најширока смисла на зборот, (не)ефикасноста претставува мерка за отстапувањето на фактичкото остварување од најдоброто можно или целното остварување и оттука, таа треба да се мери во однос на поставена дефиниција и функција за остварувањето [\(Mester,](#)

2005). Во зависност од тоа на што се однесува „остварувањето“, може да се анализираат производната, приходната, трошочната или профитната (не)ефикасност. Производната ефикасност постои кога анализираниите субјекти користат минимална количина на влезни варијабли за добивање определена количина на излезни варијабли со користење на дадената технологија на производство, или ако успеваат со дадена количина на влезни варијабли да го максимизираат количеството на добиените излезни варијабли при непроменета технологија на производство. Приходната ефикасност подразбира максимизација на приходите од определените цени на излезните варијабли, при користење дадена количина на влезни варијабли и при непроменета технологија. Трошочната ефикасност значи минимизирање на трошоците коишто се потребни за добивање определена количина на влезни варијабли, при дадени цени на влезните варијабли и со користење идентична технологија. Профитната ефикасност се карактеризира со максимизација на профитот што може да се оствари со определени цени на излезните варијабли и дадени цени на влезните варијабли, а при користење идентична расположлива технологија (Kumbhakar & Knox Lowell, 2000).

За секоја од овие одделни дефиниции на ефикасноста постојат повеќе можности за нејзино изразување и соодветно на тоа, добивање на различни граници на ефикасноста. Ова подразбира користење различни зависни и независни варијабли во функциите за „остварувањето“ според коешто се мери (не)ефикасноста. Различните зависни варијабли служат како критериум според којшто може да се мери отстапувањето од границата, а независните варијабли го условуваат влијанието врз „остварувањето“. Во продолжение се дадени генералните функционални форми на различните граници на ефикасноста, според одделните дефиниции според кои се мери ефикасноста:

$$\text{производна граница на ефикасноста: } TP = f(Y, Q) + \varepsilon \quad (1)$$

$$\text{трошочна граница на ефикасноста: } TC = f(Y, q) + \varepsilon \quad (2)$$

$$\text{приходна граница на ефикасноста: } TR = f(y, Q) + \varepsilon \quad (3)$$

$$\text{профитна граница на ефикасноста: } TP = f(y, q) + \varepsilon \quad (4)$$

каде што, со Y се означува векторската комбинација на количините на добиените варијабилни излезни варијабли, Q е вектор на количините на употребените варијабилни влезни варијабли, y е вектор на цените на добиените варијабилни излезни варијабли, q е вектор на цените на употребените варијабилни влезни варијабли и ε е отстапувањето од границата. Со вклучувањето на цените на нетпутите во функциите (влезни и/или излезни варијабли), всушност, се претпоставува дека банките се соочуваат со перфектна конкуренција на пазарите на своите влезни варијабли и дека немаат можност да влијаат на цените на нивните влезни варијабли (англ. „price-takers“) (Hughes & Mester, 1992). Со ова, практично, се смета дека цените на влезните варијабли претставуваат егзоген фактор за банките (Bos et al., 2005).

Десната страна на овие равенки може да се подели на два дела - детерминистички претставен со функција $f(\bullet)$ и стохастички (ε). Функцијата $f(\bullet)$ во основа го претпоставува начинот на трансформација на влезните во излезни варијабли и ја изразува зависноста на остварувањето од технологијата на производство што се користи. Во детерминистичкиот дел од границата за ефикасноста можат да се вклучат и т.н. фиксни нетпути, односно влезни варијабли во трошочната функција или излезни варијабли во профитната функција, коишто влијаат врз остварувањето поради нивната заменливост или комплементарност со варијабилните влезни или излезни варијабли (Berger & Mester, 1997). Карактеристика за фиксните нетпути е тоа што анализираниите

субјекти не можат на краток рок да го променат нивното ниво и оттука, во моделите за ефикасност ќе бидат вклучени како количински варијабли, за разлика од варијабилните влезни и/или излезни варијабли коишто ќе се вклучат во функционалната форма за ефикасност преку нивните цени во зависност од тоа дали станува збор за трошочна или профитна ефикасност. Општите математички својства коишто треба да ги поседува функцијата, а се последица на двојство меѓу производните можности и трошочните функции се непрекинатост, конкавност, монотоност и линеарна хомогеност_(McFadden, 1978).

Стохастичкиот член во себе содржи случајна грешка и мерка за неефикасност и затоа може да се окарактеризира како сложена случајна грешка. Имено, отстапувањата од границата на ефикасноста може да се должат на дејството на случајни фактори од опкружувањето или може да бидат последица на неефикасност. Неефикасноста, од своја страна, може да е резултат на неуспех во процесот на оптимизација на количините на влезните и излезните варијабли (т.н. техничка неефикасност) или несоодветен сооднос меѓу користените влезни варијабли/добиените излезни варијабли во зависност од нивните цени (т.н. алокациска неефикасност) (Berger & Mester, 1997). Кај производната граница на ефикасност може да се зборува само за техничка неефикасност, што се должи на користењето само на количините на влезни и излезни варијабли при нејзиното конструирање. Од друга страна, кај останатите три граници на ефикасност се користат и цените при нивното формулирање, со што неефикасноста може да биде предизвикана и од техничка и од алокациска неефикасност. Како резултат на концептот на максимизација, кај производната, приходната и профитната граница на ефикасноста, отстапувањето од неа е негативно и следствено, субјектите се неефикасни кога се под границата, додека кај трошочната граница на ефикасноста, со оглед на нејзината заснованост на концептот на минимизација, отстапувањето од границата е позитивно, односно субјектите се неефикасни ако се над границата на ефикасноста. Вообичаено, литературата што ја истражува ефикасноста на финансиските институции се темели врз концептите на трошочна или профитна граница на ефикасноста. Причината за тоа е што границата на ефикасноста дефинираната на овој начин не се темели само врз користењето на технологијата и на технолошката оптимизација, туку имаат економска основа и цел, бидејќи вклучуваат и економска оптимизација како реакција на пазарните цени и конкуренцијата_(Berger & Mester, 1997). Покрај ова, дополнителна причина за насочување на вниманието кон трошочната и профитната ефикасност е тоа што може да се претпостави дека анализираните единици може да произведуваат повеќе излезни варијабли додека кај производната ефикасност се претпоставува постоење на единствена излезна варијабла.

3.1. Техники за оценка на ефикасноста и теоретски аспекти при користење на пристапот на стохастичка граница

Практичната конструкција на границата на ефикасноста може да се изведе со примена на две различни техники – *непараметарски техники* и *параметарски техники*. Непараметарските техники за испитување на границата на ефикасноста подразбираат анализирање на остварувањето за коешто се дефинира ефикасноста, без параметризирање на технологијата_(Greene, 2008a), што значи дека наместо експлицитна функција, границата на ефикасноста се формира имплицитно, како линеарна комбинација

којашто ги поврзува т.н. најдобри можни опсервации (англ. best-practice), давајќи конвексна низа на можни остварувања (Berger & Humphrey, 1997). Главната предност на овие техники е тоа што не е потребно да се претпостави ниту дистрибуцијата на веројатност што би ја следела неефикасноста. Но од друга страна, ограничувачки фактор во примената на овие техники е тоа што не вклучуваат случајна грешка во меѓузависноста на варијаблите, со што не се претпоставува постоење на случајни отстапувања на остварувањата на субјектите од границата на ефикасноста. Поради ова, со примена на непараметарските техники практично не може да се разграничи колкав дел од отстапувањето на анализираното остварување од границата на ефикасноста се должи на дејството на случајните фактори, а колкав на несоодветно управување. Дополнителен недостаток на непараметарските техники е што не ги земаат предвид цените на влезните варијабли или излезните варијабли при конструкцијата на границата на ефикасноста, што воедно значи дека мерката за неефикасност добиена со нивната примена не ја вклучува алокациската неефикасност, туку само техничката неефикасност. Како најкористен метод од оваа група е т.н. „Дата енвелопмент аналајзис“ (англ. Data Envelopment Analysis) развиен од [Charnes, Cooper and Rhodes \(1978\)](#).

Втората група техники за конструкција на границата на ефикасноста се параметарските техники, каде што границата на ефикасноста се добива со користење економетриски методи, опишувајќи ја зависноста на анализираното остварување од определените нетпути. Функционалната форма на границата на ефикасноста добива стохастичка природа и претпоставува постоење на случајна грешка во формулирањето на зависноста меѓу варијаблите. Користењето на економетриските методи наметнува потреба да се направи проценка на одредени параметри, од што произлегува и називот на техниките. Употребата на конвенционален економетриски пристап вообичаено би се свело на користење на методот на најмали квадрати (англ. ordinary least squares) за проценка на случајната грешка во некоја зададена стохастичка функција. Овие методи се засновани врз претпоставката дека случајната грешка следи двострана симетрична дистрибуција на веројатност со просечна вредност еднаква на нула. Оттука, какво било отстапување на анализираните податоци од дефинираната детерминистичка функција би било резултат на случајната грешка и еднаква е веројатноста да биде од која било страна на поставената функција. Со други зборови, при анализата на ефикасноста не би можело да се обезбеди проценка на неефикасноста на конкретните анализирани субјекти, што значи дека сите се исклучително успешни во оптимизацијата, истовремено минимизирајќи ги трошоците потребни за добивање дадена големина на излезна варијабла и максимизирајќи ги приходите и профитот коишто ги добиваат од дадена големина на своите влезни варијабли, но и дека се во целост успешни и во процесот на алокација на влезните или излезните варијабли во зависност од нивните релативни цени. Меѓутоа, очигледно е дека оваа претпоставка нема реална основаност и е неодржлива, а дополнително на ова, влијанието на факторите од опкружувањето коишто предизвикуваат отстапувања од границата на ефикасноста, по својата природа е случајно, надвор од контролата на субјектите, што значи дека веројатноста дека ќе постои такво влијание е идентична како и веројатноста дека нема да постои такво влијание.

Од ова произлегува логичен заклучок дека случајната грешка (ε) е составена од т.н. дел којшто ја претставува мерката за неефикасност (u) и на дел којшто претставува т.н. чиста случајна грешка (v). Ова значи дека треба да се изврши расчленување на

случајната грешка, а за тоа треба да се применат поинакви техники на определување на границата на ефикасноста од методот на најмали квадрати. Доколку од моделот на границата на ефикасноста отсуствува чистата случајната грешка (v), односно се претпостави дека е еднаква на нула, тогаш тој може да се нарече „модел на целосна граница“ (англ. full-frontier model), којшто всушност претставува детерминистичка функција на ефикасноста во која целото отстапување на остварувањето од дефинираната граница се класифицира како неефикасност и којашто може да се моделира со линеарно или со квадратно програмирање (Aigner & Chu, 1968). Во случај да се претпостави отсуство на мерката за неефикасност (u), се добива „модел на просечна граница“ (англ. average-frontier model) во којшто половината од опсервации на остварувањето што ја дефинира ефикасноста, се над границата дефинирана со избраната функција, а половината се под нив (Battese & Corra, 1977). Истовремено, постоењето на чиста случајна грешка и на неефикасноста во една заедничка сложена случајна грешка е клучна карактеристика на најексплоатираниот параметарски метод во литературата - т.н. „пристап на стохастичка граница“ (англ. Stochastic frontier approach). За утврдување на неефикасноста при користењето на пристапот на стохастичка граница, предуслов е сложената статистичка грешка (ε) добиена при обична регресија со примена на методот на најмали квадрати и со истите варијабли од коишто е составена границата на ефикасност, да следи несиметрична дистрибуција на веројатност, што подразбира дека резидуалите што се добиваат од обична регресијата не треба да следат нормална дистрибуција на веројатност. Притоа, кога се истражува трошочната ефикасност, предуслов е резидуалите да бидат со т.н. позитивен наклон (англ. skew), односно да се наклонети кон десно¹, додека ако се конструира производна, приходна или профитна граница на ефикасност предуслов е резидуалите да се наклонети кон лево. Теоретската предност на пристапот на стохастичката граница во однос на непараметарските техники за оценка на ефикасноста, станува повоочлива кога избраната економетриска функционална форма подобро ја одразува вистинската технологијата на производство (Gong & Sickles, 1992). Во случајот на трошочната функција, точното определување на функционалната форма добива уште поголема важност и поради потребата да се исполнат теоретските математички својства на трошочните функции. Критиката на параметарските техники за определување на границата на ефикасноста, а во тие рамки и на пристапот на стохастичка граница, најчесто е токму фактот што воопшто треба да се избере одредена функционална форма за добивање на границата на ефикасноста, бидејќи при овој избор секогаш постои ризик моделот да не биде соодветен (англ. model risk), а од погрешно избраната спецификација следат и погрешни оценки на (не)ефикасноста. Друга забелешка за пристапот на стохастичка граница е што се претпоставува дека неефикасноста следи некоја избрана дистрибуција на веројатност и ризикот поврзан со погрешен избор на конкретната дистрибуција.

Основите на пристапот на стохастичката граница, независно едни од други, ги поставија [Aigner, Lovell и Schmidt во 1977 година](#) и [Meusen и van der Broeck во 1977 година](#). Клучните претпоставки на моделот се идентична дистрибуција на компонентите на случајната грешка меѓу одделните опсервации, меѓусебна независност на неефикасноста и на чистата случајна грешка и независност на неефикасноста од

¹ Наклонетоста на резидуалите кон десно, односно нивниот позитивен наклон, значи дека нивната просечна вредност е поголема од медијаната, при што подолгата „опашка“ кај нивната кумулативна дистрибуција е на десната страна. Во обратен случај, ако просечната вредност на резидуалите е помала од нивната медијана, се вели дека остатоците се наклонети кон лево, односно имаат негативен наклон.

објаснувачките варијабли. Општата форма на моделот на стохастичка границата на ефикасноста (Aigner, et al., 1977) е претставена со:

$$y_i = f(X_i, \beta_i) * e^{v_i} * e^{\pm u_i}, \quad (5)$$

односно во лог-форма:

$$\ln(y_i) = \ln[f(X_i, \beta_i)] + v_i \pm u_i = \beta_0 + \beta_i X_i + v_i \pm u_i, \quad (6)$$

при што важи:

$$\varepsilon_i \equiv v_i \pm u_i, \quad (7)$$

каде што:

y_i е остварувањето за коешто се дефинира ефикасноста (трошоци, профит, производство) за анализираната единица;

$(i) = (1, 2, 3 \dots N)$ е бројот на анализираните единици;

X_i е вектор на количините и/или цените на излезните и влезните варијабли што го условуваат остварувањето y_i преку функцијата $f(\bullet)$;

β_i се параметрите коишто треба да се оценат;

ε_i е сложената случајна грешка, составена од неефикасноста и од чистата случајна грешка, со тоа што знакот (-) се користи кога се определува границата на профитната, производната или приходната ефикасност, додека знакот (+) се користи при модел за границата на трошочната ефикасност;

u_i односно e^{u_i} е мерката за неефикасноста и

v_i односно e^{v_i} е чистата случајна грешка.

Со оглед на дефинирањето на ефикасноста како отстапување на анализираното остварување од можното најдобро остварување при отсуство на неефикасност, следи дека (Aigner, et al., 1977), (Jondrow, et al., 1982), (Battese & Coelli, 1992), (Behr & Tente, 2008):

$$Eff = \frac{\ln[f(X_i, \beta_i)] + v_i \pm u_i}{\ln[f(X_i, \beta_i)] + v_i} = \frac{f(X_i, \beta_i) * e^{v_i} * e^{\pm u_i}}{f(X_i, \beta_i) * e^{v_i}} = e^{\pm u_i} \quad (8)$$

при што знакот (-) се користи кога се определува профитната, производната или приходната ефикасност, додека знакот (+) се користи при трошочната ефикасност. Ова изразување на (не)ефикасноста е наречено „определена од излезна варијабла“ (англ. „output-oriented“)² и е вообичаен начин за изразување на ефикасноста кога се оценува со пристапот на стохастичка граница и примена на т.н. методот „Максимум лајклихуд естимејтор“ (англ. Maximum Likelihood Estimator) (Greene, 2008a). Заклучок од оваа спецификација е дека оценетата мерка за ефикасноста ќе биде во интервал од 0 до 1 кога станува збор за профитната, производната или приходната ефикасност, бидејќи остварувањето при неефикасност секогаш ќе биде помало од остварувањето при полна ефикасност. Кај трошочната ефикасност интервалот на оценетата мерка за ефикасноста би бил од 1 до $+\infty$, бидејќи трошоците при постоење на неефикасност, по дефиниција се поголеми од трошоците при полна ефикасност. Трошочната ефикасност може да се изрази во интервал од 0 до 1, доколку се постави како инверзен сооднос од прикажаниот и во тој случај, ќе покажува колкав процент од направените трошоци се направени како

² За (не)ефикасноста се вели дека е „определена од излезни варијабли“ (англ. „output-oriented“) кога е изразена како максимално ниво на излезна варијабла коешто може да биде постигнато со дадено ниво на влезни варијабли. Наспроти тоа, (не)ефикасноста е „определена од влезни варијабли“ (англ. „input-oriented“) кога е изразена како минимално ниво на потребни влезни варијабли за остварување на дадено ниво на излезни варијабли.

последича од неефикасно работење, односно ефикасноста би прикажала колкаво е структурното учество на трошоците што се направени поради неефикасноста во вкупните направените трошоци.

Расчленувањето на сложената случајна грешка (ε_i) се темели врз претпоставката дека нејзините составни делови се независни еден од друг и дека се идентично дистрибуирани по одделните опсервации, но следат различна дистрибуција на веројатност. Имено, делот на т.н. чиста случајна грешка (v_i) следи симетрична дистрибуција на веројатност, што произлегува од фактот што отстапувањата од границата на ефикасноста коишто се предизвикани од извори што претставуваат статистичка грешка се двострани, односно можат да бидат позитивни, но и негативни. Најчесто се претпоставува дека чистата случајна грешка следи стандардна нормална дистрибуција на веројатност, односно: $v_i \sim N(\mu, \sigma_i^2)$, при што $\mu=0$ и $\sigma_i^2=1$. Делот којшто ја претставува мерката за неефикасноста (u_i) следи избрана форма на несиметрична дистрибуција на веројатност. Ова се должи на сознанието дека отстапувањата од границата на ефикасноста предизвикани од неефикасност се еднострани, т.е. се само на едната страна од поставената граница - во случај на трошошна ефикасност се позитивни и се над границата, а кај профитната ефикасност се негативни и се под границата. Притоа, колку е помала симетријата на избраната дистрибуција на веројатност за неефикасноста, односно ако има модус различен од нула, толку повеќе таа дистрибуција на веројатност би требало да соодветствува на емпириските податоци (Stevenson, 1980). Оваа основна филозофија на пристапот на стохастичка граница може да се примени и на еднодимензионалната форма на податоци, но и кога податоците се во форма на панел. Најчесто во литературата се претпоставува дека неефикасноста следи т.н. скратена (англ. truncated) нормална дистрибуција (Stevenson, 1980), (Battese & Coelli, 1988), (Battese & Coelli, 1992). Други дистрибуции коишто се користат се: т.н. полунормална дистрибуција (Aigner, et al., 1977), (Pitt & Lee, 1981), експоненцијална дистрибуција (Meeusen & van den Broeck, 1977) или т.н. гама-дистрибуција (Greene, 1990), (Greene, 2003). Подетален осврт врз функциите на дистрибуциите на веројатност коишто се среќаваат во литературата за ефикасноста може да се види во [прилогот I](#). Во зависност од дистрибуцијата на веројатност на неефикасноста што ќе се претпостави, соодветно се обликува избраната конкретна функција на границата на ефикасноста.

Стохастичка граница на ефикасноста може да се определи со примена на различни статистичко-економетриски методи за оцена. Овие методи подразбираат различен начин определување на коефициентите (β) и на варијансите на одделните компоненти на сложената случајна грешка (σ_u^2 и σ_v^2), и на просечната вредност на дистрибуцијата на веројатност на сложената статистичка грешка (ε_i). Најчесто користен метод за определување на параметрите од функцијата на границата на ефикасноста, воедно користен и во овој труд е т.н. метод „Максимум лајклихуд естимејтор“ - (англ. Maximum Likelihood Estimator). Овој метод ја определува границата на ефикасноста преку изнаоѓање вектор на параметрите (θ) што ја максимизира т.н. „лајклихуд“ (англ. Likelihood) функција во логаритамска форма (англ. log-likelihood function). Параметрите на границата на ефикасност се добиваат преку решавање систем равенки составен од т.н. „лајклихуд“ (англ. likelihood) равенки, добиени со диференцирање на „лог-лајклихуд“ (англ. log-likelihood) функцијата, што подетално е опишано во [прилогот II](#).

Вака определените параметри на границата на ефикасност потоа се користат за проценка на просечната неефикасност (\hat{u}) и на (не)ефикасноста по одделни опсервации (u_i) (англ. point estimates of inefficiency). Со оглед на тоа што се располага со податок за резидуалот како оценка на сложената случајна грешка, и се претпоставуваат дистрибуциите на веројатност на (u) и на (v), можно е да се расчлени вредноста на резидуалите (ε_i). За таа цел се користи условната дистрибуција на неефикасноста за позната големина на сложената случајна грешка ($u|\varepsilon$). Просечната вредност на оваа условна дистрибуција на неефикасноста за дадената сложената случајна грешка [$E(u|\varepsilon)$] или нејзиниот модус [$M(u|\varepsilon)$] можат да се искористат за да се добие мерка за неефикасноста по одделните опсервации (u_i). Автори на овој пристап се [Jondrow, Lovell, Materov и Schmidt во 1982](#) година и по нив е именуван како ЦМЛС (или англ. Jondrow et al.) естиматор на неефикасноста по одделни опсервации. Подоцна [Battese и Coelli во 1988](#) година, направиле модификација во пристапот, со што е добиен алтернативниот естиматор на Battese и Coelli. Во [прилогот III](#) се дадени формулите на овие два естиматори. Во овој труд ќе бидат користени и двата естиматори на (не)ефикасноста, со тоа што естиматорот на Battese и Coelli во 1988 година, ќе биде прикажан во инверзна форма, односно како структурно учество во направените трошоци во трошоците без неефикасност, односно трошоците при коишто банката би била оптимално ефикасна.

Конкретната функционална форма на границата на ефикасноста вообичаено се добива со користење на некоја од функционалните форми коишто се вклучени во класата на т.н. флексибилни функции. Конкретно, во трудот ја користиме транслог-функцијата претставена кај [Christensen, Jorgensen and Lau, најпрво во 1973](#) година и последователно [во 1975](#) година, додека најчесто користената алтернатива е т.н. Фурие-флексибилна функција ([Gallant, 1981](#)). Повеќе детали за овие функции во [прилогот IV](#). Примената на транслог-функција подразбира дека просечните трошоци следат U форма и дека процентуалното зголемување на цените на влезните варијабли доведува до исто пропорционално зголемување на трошоците при константна излезна варијабла. Ова се постигнува преку постапката за нормализација на варијаблите - цени на влезни варијабли кај трошочната граница на ефикасноста или цени на излезните варијабли во профитната граница на ефикасноста, најчесто со некоја од цените на влезните варијабли, со што се обезбедува линеарна хомогеност на моделот. Алтернативно, варијаблите можат да се нормализираат и со нивната просечна вредност ([Hughes & Mester, 1992](#)). Оваа постапка е вообичаена при конструкцијата на границата на ефикасност, независно од избраната функционална форма или дали станува збор за трошочна или профитна ефикасност.

Во спецификацијата на стохастичката границата на ефикасноста може да се додадат и т.н. контролни варијабли. Овие варијабли во суштина се варијабли од опкружувањето коишто влијаат врз границата на ефикасноста (конкретно врз нејзината позиција) и следствено, врз големината на проценетата неефикасност, но немаат објаснувачко значење за разликите во неефикасноста меѓу одделните анализирани единици ([Bos, et al., 2005](#)). Со оглед на фактот што неефикасноста е вградена во резидуалите, преку изборот на варијаблите од опкружувањето, всушност се определуваат карактеристиките на банките коишто ќе влијаат врз определувањето на т.н. најдобра практика (англ. best practice) со којашто се споредуваат другите банки ([Hughes & Mester, 2008](#)). Влијанието на контролните варијабли врз границата на ефикасноста може да биде идентично за целата анализирана популација, но може и да се разликува за одредени групи од популацијата со вклучување на т.н. вештачки (англ. dummy) варијабли. Со овие

варијабли се разделуваат анализирани субјекти според избран критериум, со што всушност, се определуваат субјекти за коишто неефикасноста ќе биде поголема, во споредба со неефикасноста на другите субјекти. Така, со употреба на вештачки варијабли при вклучувањето на контролните варијабли во границата на ефикасноста, може да се опфатат ефектите од хетерогеноста на испитуваната популација. Од технички аспект, ефектите од контролните варијабли врз границата на ефикасноста може да се вклучат на два начина. Првиот начин е преку директно вклучување во детерминистичкиот дел од функцијата на границата на ефикасноста, додека вториот начин е преку моделирање на нивното влијание врз отстапувањата од границата на ефикасноста, односно врз оценетата мерка за неефикасноста (Bos, et al., 2005). Разликата меѓу овие два начина е во тоа што во првиот случај, контролните варијабли влијаат подеднакво врз неефикасноста на сите субјекти од анализирани популација, односно врз позицијата на границата на ефикасноста, додека при вториот начин влијаат врз дистрибуцијата на веројатноста на неефикасноста (U_{it}) на различен начин за конкретните анализирани субјекти од анализирани популација, односно влијаат врз формата на функцијата. Оттука, кај првиот начин се опфаќа влијанието на егзогените фактори од опкружувањето врз конструираната граница на ефикасноста за вкупната избрана популација, преку нејзино паралелно поместување, додека кај вториот начин се опфаќа нивното влијание врз капацитетот на конкретните банки за достигнување на границата на ефикасноста. Со оглед на тоа што не постојат дефинирани критериуми со коишто може да се покаже кој пристап би бил подобар за примена, во овој труд се решивме влијанието на контролните варијабли директно да го вклучиме во создавањето на функцијата на границата на ефикасноста, со што се вклучува нивното влијание врз големината на оценетата неефикасност за сите банки, а не врз разликите што произлегуваат од нив кај поединечните банки.

Пристапот на стохастичка трошочна граница на ефикасност, го применуваме на податоците за банкарскиот систем во форма на панел. Во литературата за пристапот на стохастичка граница, се среќава определување на неефикасноста преку модели на т.н. временски непроменлива ефикасност и модели на т.н. временски променлива ефикасност. Постојат повеќе конструирани алтернативи и за моделите на временски непроменлива ефикасност (англ. time-invariant) и за моделите на временски променлива ефикасност (англ. time-varying), што подетално е објаснето во прилогот V. Во овој труд, ќе го примениме и моделот на временски непроменлива ефикасност (конструирани од Battese и Coelli во 1988 година) и моделот на временски променлива ефикасност со опаѓачки параметар (англ. decay parameter) (создаден од Battese и Coelli во 1992 година). Моделите ќе се применат на деветгодишен панел податоци и за иста конкретна функција на границата на ефикасноста, со што ќе може да се обезбеди споредливост на резултатите по одделните единици. Постојат и други алтернативни модели за оценка на временски непроменливата и временски променливата ефикасноста на податоци во форма на панел, коишто се опишани во [прилогот V](#). Сите други модели за оценка на ефикасноста кај панел податоците имаат одредени добри страни со коишто ги надминуваат ограничувањата на моделите на [Battese и Coelli од 1988](#) година и на [Battese и Coelli од 1992](#) година, но имаат и недостатоци кои што ја ограничуваат нивната практична примена. Со оглед на карактеристиките на панел податоците за македонскиот банкарски систем, а особено фактот што неговата временска димензија изнесува осум години, сметаме дека најсоодветен за примена во ова истражување е моделот на [Battese и Coelli од 1988](#) година.

При испитувањето на трошочната ефикасност на банките едно од клучните прашања е изборот и дефинирањето на трошоците како зависната варијабла и на независните варијабли (излезни варијабли, цени на влезни варијабли, фиксни нетпути, контролни варијабли од опкружувањето) со коишто би се добила функцијата на границата на ефикасноста. Специфичноста на ова прашање произлегува од карактеристиките и улогата на банките како финансиски институции, што всушност ги прави уникатни во поглед на нивниот „производствен процес“ и следствено на тоа, факторите на производство коишто ги користат и излезните варијабли коишто ги добиваат. Во литературата постојат два пристапа околу прашањето што треба да се смета како влезна и/или излезна варијабла при конструкцијата на границата на ефикасноста на банките и следствено на тоа, каков да биде опфатот на трошоците како зависна варијабла – производен пристап_(Benston, 1965) и пристап на интермедијација_(Sealey & Lindley, 1977). При производниот пристап банките се набљудуваат како производители на финансиски услуги, и излезните и влезните варијабли се изразени како тек, користејќи го бројот на финансиските трансакции или бројот на сметките. Според овој пристап, депозитите на банките произлегуваат од работењето со заштедите на клиентите и услугите во платниот промет поради што треба да бидат третираны како излезна варијабла, а следствено на тоа, каматните расходи треба да се исклучат од трошоците како зависна варијабла. При вториот пристап на интермедијација банките се набљудуваат како посредници меѓу суфицитарните и дефицитарните економски субјекти и излезните варијабли се изразени како вредносна состојба, а трошоците како зависна варијабла, покрај оперативните трошоци на банките, ги вклучуваат и каматните расходи. При примената на пристапот на интермедијација можат да се јават три алтернативни гледишта, во зависност од тоа што се смета како влезна и/или излезна варијабла_(Berger & Humphrey, 1992). Во литературата најприменуван е т.н. пристап на средства (англ. asset approach) според којшто само каматоносните средства можат да се категоризираат како банкарски излезни варијабли, додека обврските на банките се категоризираат како банкарски влезни варијабли. Главниот аргумент овде е дека услугите коишто банките им ги даваат на своите депоненти, самите по себе, носат позитивни трошоци, но не носат принос ако не бидат предмет на трансформација во други финансиски инструменти, па поради тоа посоодветно е да се поврзат со стекнувањето на банкарски влезни варијабли (Sealey & Lindley, 1977). Алтернативниот пристап е т.н. пристапот на трошоци на корисникот (англ. user cost approach) според кој во определувањето на тоа дали некој финансиски продукт е влезна или излезна варијабла, се тргнува од тоа каков нето-придонес има средството или обврската во формирањето на приходот на банките. Ако приносот на некое финансиско средство (трошокот на некоја финансиска обврска) е поголем (помала) од опортунитетниот трошок за финансирање, тогаш финансиското средство (финансиската обврска) ќе се смета за излезна варијабла, а во спротивно за влезна варијабла_(Hancock, 1985). Последниот пристап е т.н. пристап на додадена вредност (англ. value-added approach) според кој како излезни варијабли на банките создадени со давање финансиски услуги се сметаат одделните средства или обврски, коишто имаат висока додадена вредност, изразена преку значителен удел на овие услуги во формирањето на вкупните оперативни трошоци_(Berger & Humphrey, 1992). Пристапот на интермедијација многу почесто се среќава во литературата и оттука го користиме и во овој труд, применувајќи го пристапот на средства заради значењето на цените на депозитите како трошок за македонските банки. Треба да се истакне дека разликата меѓу овие пристапи може да се релативизира и дека постојат студии коишто доаѓаат до

заклучок дека избраниот пристап за класификација на влезните и излезните варијабли на банките има влијание врз нивото на ефикасноста, но не и врз рангирањето на банките (Wheelock & Wilson, 1995), (Berger, et al., 1997), (Karas, et al., 2008). Конкретните влезни и/или излезни варијабли на банките варираат во различни студии со нивно поголемо или помало расчленување. Кај оние што го применуваат пристапот на интермедијација, најчесто, како излезни варијабли се сметаат кредитите и хартиите од вредност, додека работната сила, физичкиот капитал, материјалите и изворите на финансирање како влезни варијабли. Депозитите можат да се сретнат и како излезна и како влезна варијабла.

Факторите што ја условуваат трошочната (не)ефикасност на македонскиот банкарски систем ги испитуваме применувајќи ја т.н. процедура во два чекора (англ. two step procedure). Процедурата во два чекора (Pitt & Lee, 1981), (Kalirajan, 1981) за испитување на факторите коишто ја условуваат (не)ефикасноста подразбира најпрво да се создаде моделот на границата на ефикасност (англ. efficiency frontier) и преку него да се определи мерката за неефикасност. Вториот чекор од процедурата подразбира проценетата неефикасност од првиот чекор, да се регресира со варијаблите што ги претставуваат факторите коишто можат да влијаат врз неефикасноста (англ. efficiency correlates). Регресијата може да се направи со методот на најмали квадрати, што е направено во ова истражување, или доколку мерките за (не)ефикасност се нормализирани во интервал од 0 до 1 со т.н. Тобит модел.

Треба да се има предвид дека оваа процедура е предмет на критика во литературата, што се должи на тоа што во вториот чекор при регресијата на неефикасноста со нејзините детерминанти се претпоставува дека неефикасноста не е идентично дистрибуирана, што е во спротивност со претпоставката што се применува при првиот чекор од процедурата, односно при формулирањето на границата на ефикасноста кога се претпоставува идентична дистрибуираност на неефикасноста (Kumbhakar & Knox Lowell, 2000). Друга причина за критика е можноста овие фактори, по своите карактеристики, во одреден степен да се ендогени од аспект на влијанието врз оценетата неефикасност, со што би предизвикале изместување на проценетите коефициенти кај сите варијабли во регресијата, па подобро би било да се контролна варијабла во моделот за границата на ефикасност. Но од друга страна, евентуалната ендогеност на објаснувачките варијабли на неефикасноста не може да биде комплетно исклучена, односно не може да се претпостави нивна егзогеност, што по правило ги отежнува заклучоците поради можно повратното влијание на оценетата неефикасност. Покрај ова, неопходен услов е да нема корелација на факторите на неефикасноста од вториот чекор на процедурата со варијаблите со коишто се моделира границата на ефикасноста во првиот чекор на процедурата. Доколку објаснувачките варијабли од регресијата на неефикасноста се корелирани со варијаблите од моделот на границата на ефикасноста, тогаш нивното вклучување во регресијата води кон пристрасност на процедурата во два чекора за определување на ефикасноста (Wang and Schmidt, 2002). Уште еден извор на пристрасност на процедурата во два чекори се должи на тоа што дури и при меѓусебна независност на факторите коишто влијаат врз неефикасноста и објаснувачките варијабли од моделот на границата на неефикасноста, може да постои значително потценување на дисперзијата на оценетата мерка на неефикасност. Ова произлегува од фактот што самите естиматори (објаснети во прилог III) што служат за добивање на оценетата мерка за неефикасност се т.н. „стеснувачки“ (англ. shrinkage)

естиматори, односно водат кон насочување на оценетата неефикасност кон просечната вредност од нејзината претпоставена дистрибуција на веројатност ([Wang and Schmidt, 2002](#)). Поради овие критики за процедурата во два чекори, за резултатите од оваа процедура, во литературата често се кажува дека се сугестивни, но се недоволни за заклучување ([Berger & Mester, 1997](#)). Со други зборови, за факторите не може да се каже дека ја предизвикуваат неефикасноста, туку дека се во поголем степен присутни (или отсутни) кај банките коишто имаат поголема (или помала) (не)ефикасност ([Mester, 2005](#)). Воедно, критиките придонесле и да се развие алтернативна процедура – процедура во еден чекор, којашто подразбира уште при изборот на конкретната функционална форма којашто ќе ја опишува границата на ефикасноста, веднаш да се моделира и влијанието на факторите на неефикасноста и на тој начин да се утврдат нејзините детерминанти. Меѓутоа, независно од избраната процедура за испитување на влијанието на овие фактори, треба да се истакне дека не е можно нивното очекувано влијание врз ефикасноста да биде еднообразно и споредливо со други слични истражувања, поради разликите во податоците, временските периоди за коишто се истражува, различната функционална форма на границата на ефикасноста, како и конкретниот метод за определување на неефикасноста што се користи.

3.2. Спецификација на конкретниот модел за трошочна граница на ефикасност за македонскиот банкарски систем

Трошочната ефикасност во македонскиот банкарски систем ја определуваме преку примена на методот на временски променлива (не)ефикасност (англ. time varying decay inefficiency method) како примарен избор, а дополнително, заради потврда на исправната поставеност на моделот и проверка на чувствителноста на резултатите, беше вградена и претпоставка за временски непроменлива (не)ефикасност (англ. time invariant inefficiency method)³. Работено е со небалансиран панел податоци за банките, коишто се со годишна фреквенција почнувајќи од 2004 година до 2012 година⁴. Основниот извор на податоци коишто се користат за банките при изработката на трудот беа податоците од билансите на состојба и билансите на успех на поединечните банки, коишто се добиени врз основа на податоци коишто банките на редовна основа се должни да ги доставуваат до НБРМ. Податоците во панелот се прилагодени преку исклучување на банките за коишто постојат податоци помалку од две календарски години, со што вкупниот број опсервации изнесува сто педесет и три⁵. Податоците коишто се од макроекономска природа или се однесуваат на варијабли од финансиските пазари се користат од базите на податоци на Народната банка на Република Македонија⁶.

³ Практичната примена на пристапот на стохастичка граница беше спроведена со користење на софтверскиот пакет „стата“ (англ. Stata).

⁴ На 31.12.2012 година функционираа 16 банки во Република Македонија. Македонската банка за поддршка на развојот АД Скопје не е вклучена во анализата, односно е исклучена при дизајнот на панелот за целиот анализиран период.

⁵ Во случаите кога имало спојување (еден случај во 2006 година) и присоединување во банкарскиот систем (два случаи – по еден во 2011 и 2012 година) и поради таа причина недостасува серија податоци подолга од две години, се создаде агрегирана серија податоци како продолжение на серијата податоци на банките коишто произлегле од спојувањето или во продолжение на серијата податоци за банката којашто го извршила присоединувањето. Оттука, за една банка се користеше временска серија од 3 години, а за сите останати има серија подолга од 5 години.

⁶ Во прилогот VII, на крајот на трудот, е дадена дескриптивната статистика на користените варијабли во истражувањето.

Користиме една излезна варијабла – износот на вкупните кредити на банките и четири влезни варијабли за коишто се дефинирани соодветни цени – работната сила, користените материјали и услуги, депозитите коишто се поделени на депозити по видување и на орочени депозити. Како цена со којашто се врши нормализација се зема цената на работната сила_(Berger & Mester, 1997), изразена како сооднос меѓу трошоците за работна сила и просечната актива на банките_(Altunbas, et al., 2000),(Weill, 2003), (Karas, et al., 2008). Цената на користените материјали и услуги е изразена како сооднос меѓу останатите оперативни трошоци и просечната актива. Цените на депозитите по видување и на орочените депозити сведени на годишно ниво, се добиени од извештаите за пондерираните каматни стапки коишто банките ги доставуваат до НБРМ, за што сметаме дека е попрецизно изразување на оваа цена, во споредба со вообичаеното изразување на нивната цена во литературата како сооднос на каматните расходи и депозитите. Трошоците како зависна варијабла претставуваат збир на каматните расходи и на оперативните трошоци, вклучувајќи ги и трошоците за работната сила_(Berger & Mester, 1997),(Weill, 2003),(Fries & Taci, 2005).

Како фиксни нетпути во моделот се земаат физичкиот капитал и капиталот и резервите на банките_(Berger & Mester, 1997). Физичкиот капитал го дефинираме како збир на основните средства и на преземените средства за ненаплатени побарувања, поради тоа што недвижниот имот во практиката има доминантно место во структурата на овие средства, но и поради фактот што оваа сметководствена категорија е еден вид логично „продолжение“ на кредитното портфолио со повисок степен на ризичност. Причините за вклучувањето на капиталот и резервите како фиксна влезна варијабла при определувањето на границата на ефикасноста често се елаборирани во литературата за трошочната ефикасност на банките и произлегуваат од можните интеракции на нивото на капитал со остварувањата на банките, во случајот со трошоците. Главната причина за вклучувањето на капиталот и резервите во определувањето на границата на ефикасноста произлегува од можноста за контрола на разликите меѓу банките во поглед на нивните преференции за ризик, односно при отсуство на капиталот и резервите од моделот, банките коишто имаат повисока капитализираност и имаат поголема одбивност кон преземањето ризици ќе добијат повисока неефикасност, во споредба со банките коишто се посклони кон преземање ризик⁷_(Mester, 1996),(Altunbas, et al., 2000),(Weill, 2003). Друга причина за вклучување на капиталот во моделот произлегува од несомнениот факт за поврзаност на ризикот од несолвентност на банките и големината на финансискиот капитал. Имено, банките со пониско ниво на капитализираност имаат помал простор и капацитет за апсорпција на последиците од негативните економски шокови и оттука би требало да плаќаат повисока премија за ризик на своите извори на финансирање_(Berger & Mester, 1997),(Weill, 2003). Поради овој ефект, исклучувањето на капиталот и резервите од моделот за границата на ефикасност им дава предност и ќе ги покажува како поефикасни банките со повисока капитализираност. Друга можна интеракција меѓу капиталот и трошоците произлегува од тоа што капиталот на банките, во суштина, претставува алтернативен извор на финансирање за банките, наместо депозитите. Но, доаѓањето до нов капитал и резерви како пазарен извор на финансирање може да предизвика дополнителни оперативни трошоци за банките, со што евентуалното исклучување на капиталот и резервите од моделите за ефикасност ќе им даде предност

⁷ Во некои студии, како на пример кај Fries и Taci, 2005 година, како контролна варијабла за разликите во стратегиите на банките за преземање ризици се зема показателот за учеството на нефункционалните кредити во вкупните кредити.

на банките со поголема капитализираност_(Berger & Mester, 1997),_(Weill, 2003). На крајот, трошоците како зависна варијабла се засноваат врз сметководствени податоци што значи дека ги вклучуваат каматните расходи, но не го вклучуваат бараниот принос на сопствениците на акционерскиот капитал. Оттука, невклучувањето на капиталот и резервите при дизајнот на моделот за трошочна ефикасност на банките, во услови кога банката ќе ја промени својата структура во насока на зголемување на финансирањето со депозити, ќе придонесе за нејзина поголема неефикасност, во споредба со банките коишто би се финансирале со поголем капитал_(Hughes & Mester, 2008). Повеќе од очигледно е дека овие интеракции меѓу капиталот и резервите, од една страна, и трошоците на банките, од друга страна, се дивергентни и не се исклучуваат меѓусебно, што претставува причина за вклучување на капиталот како фиксна влезна варијабла во границата на ефикасноста.

Контролни варијабли во моделот се каматната стапка на домашниот пазар на пари и ЕУРИБОР како соодветен претставник за каматните стапки на меѓународниот пазар на пари. Каматната стапка на домашниот пазар на пари е пресметана како годишен просек од дневната фреквенција на вкупната каматна стапка на меѓубанкарскиот пазар на депозити, којашто, од своја страна, се пресметува како пондериран просек од каматните стапки на склучените трансакции за сите рочни сегменти и од сите банки. ЕУРИБОР е земен како годишен просек од месечната фреквенција на податоците за рочниот сегмент од три месеци. Целта на вклучувањето на пазарните каматни стапки во моделот е да се контролира општото влијание на висината на пазарните каматни стапки врз трошоците на банките. Ова влијание може да се образложи со фактот што домашните банки применуваат т.н. прилагодливи каматни стапки на своите депозити, со што одредувањето на нивната висина произлегува од промените на каматната политика на банките, којашто е автономна одлука на нивниот менаџмент. Од друга страна, индиректно се контролира и ефектот врз трошоците што произлегува од финансирањето од странски матични лица или големи домашни депоненти, каде што трошоците најчесто се директно поврзани со динамиката на пазарните каматни стапки. Притоа се одлучивме да не ги дискриминираме банките според влијанието на овие контролни варијабли, со што претпоставуваме дека паралелното поместување на границата на ефикасноста поради влијанието на пазарните каматни стапки и последователните ефекти врз мерката за (не)ефикасност, се еднакви за сите банки во примерокот.

Оценката на ефикасноста на банките и изборот на варијаблите во моделот треба да овозможи да се анализираат банки со сличен квалитет на излезните варијабли. Меѓутоа, факт е дека не е можно целосно да се елиминираат квалитативните разлики во производите на банките дури ни кога се работи со само една излезна варијабла. Поради тоа, дел од разликите меѓу нивото на (не)ефикасноста на банките секогаш ќе се должи на разликите во квалитетот на излезните варијабли, што произлегува од самата природа на податоците за банките_(Mester, 2005). На пример, кредитите како излезни варијабли, можат квалитативно да се разликуваат по низа елементи - договорениот начин на отплата, преостанатата рочност, обезбедувањето, заштитните клаузули и сл., но најспецифичната квалитативна разлика произлегува од степенот на нивната ризичност. Една можност за контрола на ризичноста како квалитативна карактеристика на кредитите е како контролна варијабла во моделот да се вклучи мерка за нивната ризичност, првенствено нефункционалните кредити или износот на загубите поради оштетување на кредитното портфолио. Вклучувањето на нефункционалните кредити како контролна

варијабла во функционалната форма на границата на ефикасноста, овозможува статистичко одвојување на делот на трошоците којшто се должи на оперативни трошоци на банките за следење и управување со лошите кредити од оценетата мерка за неефикасност (ι). Алтернативни начини за вклучување на разликите во ризичноста на кредитите во моделите за границата на ефикасноста е нефункционалните кредити да се сметаат како еден вид фиксна влезна варијабла и како такви да се вклучат во функционалната форма за границата на ефикасноста како износ, или да се сметаат како варијабилна влезна варијабла со што загубите поради оштетувањето би биле составен дел на трошоците како зависна варијабла, а како цена на влезна варијабла би се вклучил соодносот на текот на исправката на вредноста и кредитното портфолио (Hughes & Mester, 2008).

Прашањето дали во границата на трошочната ефикасност на банките треба како контролна варијабла да се вклучат нефункционалните кредити, од економетриска гледна точка, се сведува на тоа дали ќе се сметаат како егзогена или ендогена варијабла при определувањето на неефикасноста (Berger & Mester, 1997). Доколку се смета дека нефункционалните кредити се последица на негативен економски шок, „лоша среќа“, или други фактори коишто менаџментот не може да ги контролира, тогаш нефункционалните кредити имаат значење како егзогена варијабла при определувањето на неефикасноста и би требало да се вклучат во моделот за границата на ефикасноста (англ. bad luck hypothesis). Ако се прифати стојалиштето дека нефункционалните кредити главно се должат на слабости во управувањето на банката (англ. bad management hypothesis) или произлегуваат од свесни одлуки на менаџментот за „заштеда“ на трошоците за исправка на вредноста (англ. skimping hypothesis), се третираат како ендогени при определувањето на неефикасноста и не треба да се вклучат во моделот за границата на ефикасноста. Во првиот случај, се смета дека нефункционалните кредити влијаат врз трошочната ефикасност и тоа инверзно, односно нивното зголемување води кон намалување на трошочната ефикасност, што се објаснува со повисоките оперативни трошоци коишто би ги имале банките за следење и управување со нефункционалното кредитно портфолио. Во вториот случај, се смета дека ефикасноста влијае врз нефункционалните кредити и ова влијание може да биде како пропорционално, така и инверзно. Објаснувањето за ситуацијата кога намалувањето на трошочната ефикасност води до зголемување на износот на нефункционални кредити, првенствено покажува дека лошото управување во банките, покрај зголемени оперативни трошоци влијае и врз пад на стандардите за преземање, идентификување и следење на кредитниот ризик. Кога врската меѓу трошочната ефикасност и износот на нефункционални кредити е пропорционална, се смета дека од банките главно се практикува т.н. „заменливост“ (англ. trade-off) меѓу краткорочните оперативни трошоци и идните нефункционални кредити (Berger & De Young, 1997). Одредени студии се посветени токму на истражување на ендегеноста или егзогеноста на нефункционалните кредити, но изостанува јасен одговор, односно се доаѓа до сознание дека меѓувременската врска меѓу нефункционалните кредити и трошочната ефикасност може да се движи во обете насоки (Berger & De Young, 1997). Се среќаваат и студии каде што се испитувало дали постојат значајни разлики во нивото на оценетата ефикасност, во зависност од тоа дали нефункционалните кредити ќе се вклучат или не, како контролна варијабла во моделот и добиваат незначителни варијации во нивото на оценетата (не)ефикасност, што упатува на заклучок за нерелевантност на третманот на нефункционалните кредити (Berger & Mester, 1997). Во овој труд, решивме да ја следиме логиката на т.н. „хипотеза за лош менаџмент“ (англ. bad management hypothesis), односно

ги сметаме нефункционалните кредити како ендогени и не ги вклучуваме како контролна варијабла во моделот, поаѓајќи од гледиштето дека квалитетот на кредитното портфолио на банките првенствено произлегува од интерни фактори и евентуалното вклучување на нефункционалните кредити како контролна варијабла, може вештачки да го зголеми нивото на проценета ефикасност на банките.

Според опишаното, конкретниот модел за оценка на трошочната ефикасност што го користиме во овој труд е претставен со следново равенство⁸:

$$\begin{aligned} \ln\left(\frac{TCost}{w_3}\right) = & \alpha_0 + \sum_m \beta_m \ln y_m \\ & + \frac{1}{2} \sum_m \sum_j \beta_{mj} \ln y_m \ln y_j + \sum_n \beta_n \ln\left(\frac{w_n}{w_3}\right) + \frac{1}{2} \sum_n \sum_k \beta_{nk} \ln\left(\frac{w_n}{w_3}\right) \ln\left(\frac{w_k}{w_3}\right) \\ & + \sum_n \sum_m \beta_{nm} \ln y_m \ln\left(\frac{w_n}{w_3}\right) \\ & + \sum_r \beta_r \ln z_r \\ & + \frac{1}{2} \sum_r \sum_l \beta_{rl} \ln z_r \ln z_l + \sum_m \sum_r \beta_{mr} \ln y_m \ln z_r + \sum_n \sum_r \beta_{nr} \ln\left(\frac{w_n}{w_3}\right) \ln z_r \\ & + \beta_f \ln INBR + \beta_h \ln EURIBOR + u_{it} + v_{it} \end{aligned} \quad (12)$$

Сличен пристап во формулирањето на трошочната граница на ефикасноста со транслог-функција, или доколку се користи Фурие-функција, на оној нејзин дел којшто произлегува од транслог-функцијата, се среќава во голем број истражувања⁹. Со *TCost* се означени трошоците како зависна варијабла и всушност го претставуваат „остварувањето“ за коешто се проценува (не)ефикасноста, *y* е квантитетот на т.н. варијабилни излезни варијабли на банките, *m=j* е бројот на излезните варијабли (*m=j=1*), *w* се цените на т.н. варијабилни влезни варијабли на банките, *n* е бројот на влезните варијабли (*n=k=4*), *z* се т.н. фиксни влезни варијабли, *r* е бројот на т.н. фиксни влезни варијабли (*r=l=2*), *INBR* и *EURIBOR* се т.н. меѓубанкарската каматна стапка на домашниот пазар на пари и тримесечниот ЕУРИБОР како контролни варијабли од опкружувањето, *u_i* го претставува делот од вкупната случајна грешка којшто е мерка за неефикасноста и *v_i* го претставува делот од случајната грешка којшто се однесува на чистата статистичка грешка. Цените на влезните варијабли и трошоците како зависна варијабла се нормализирани со една од цените (цената на трудот) за да се обезбеди линеарна хомогеност на транслог-функцијата. Вредносните варијабли во моделот (трошоците, излезните варијабли и нетпутите) се изразени во илјади денари и пред постапката за нивната нормализација и логаритмирање се изразени во реални цени од 2004 година, за да се избегне евентуалниот ефект од кумулативната инфлација во анализираниот период, додека цените на влезните варијабли се изразени како показатели во децимална форма.

⁸ Заради поедноставување, суперскриптите коишто го означуваат бројот на банките (*i*) и временската димензија (*t*) се ставени само кај *u* и *v*.

⁹ На пример: Hughes & Mester, 1992; Mester, 1993; Mester, 1996; Berger & Mester, 1997; Berger & DeYoung, 1997; Ashton, 1998; Chang et al., 1998; DeYoung & Hasan, 1998; Hughes et al., 1999; Altunbas et al., 2000; Chung et al., 2001; Isik & Hasan 2002; Hasan & Marton, 2003; Weill, 2003; Fries и Taci, 2005; Bos et al., 2005; Karas et al., 2006; Borovička, 2007; Yildirim & Philipatos, 2007; Altunbas et al., 2007; Karas et al., 2008; Kauko, 2009; Chen, 2009; Iršova, 2010; Huang et al., 2011; Eisazadeh & Shaeri, 2012 итн.

Сето ова е прикажано во следнава табела:

Табела бр. 1

Опис на варијаблите користени во моделот за стохастичката граница на трошочна ефикасност

Назив на варијабла	Тип на варијабла	Начин на утврдување
Вкупни трошоци	зависна варијабла	збир од оперативните трошоци (вклучително и трошоците за работна сила) и каматните расходи
Вкупни кредити	излезна варијабла	збир од кредитите на домаќинства и претпријатија
Цена на користени материјали и услуги	цени на влезни варијабли	сооднос меѓу останатите оперативни трошоци и просечната актива
Каматна стапка на депозити по видување		добиени од извештите за пондерираните каматни стапки коишто банките ги известуваат до НБРМ
Каматна стапка на орочени депозити		добиени од извештите за пондерираните каматни стапки коишто банките ги известуваат до НБРМ
Цена на труд		се користи за нормализација на зависната варијабла и цените на влезните варијабли, а се пресметува како сооднос меѓу трошоците за работна сила и просечната актива на банките
Физички капитал	нетпути (англ. netputs)	збир на основните средства и на преземените средства за ненаплатени побарувања
Капитал и резерви		добиени врз основа на податоците коишто банките ги доставуваат врз основа на Одлуката за сметковниот (контниот) план на банките
Тримесечен Еурибор	варијабли од екстерно окружување	годишен просек од месечната фреквенција на податоци за рочниот сегмент од три месеци
Каматна стапка на домашен меѓубанкарски пазар на депозити		годишен просек од дневната фреквенција на вкупната каматна стапка на меѓубанкарскиот пазар на депозити, која што од своја страна се пресметува како пондериран просек од каматните стапки на склучените трансакции за сите рочни сегменти и од сите банки

4. Емпириски резултати

4.1. Определување на границата на трошочна ефикасност и нивоата на (не)ефикасност на банките (пристап на стохастичка граница)

Во овој дел од трудот, се презентирани резултатите од примената на пристапот на стохастичка граница и резултатите до вториот чекор за испитување на факторите коишто ја условуваат неефикасноста. Овие резултати се претставени за една иста функционална форма на границата на ефикасноста презентирана во делот методологији, и тоа како со користење на методот на временски променлива ефикасност со опаѓачки параметар

(англ. time-varying inefficiency model with decay parameter)_([Battese & Coelli, 1992](#)), така и со користење на методот на временски непроменлива ефикасност со скратена нормална дистрибуција (англ. truncated-normal model with time-invariant inefficiency model)_([Battese & Coelli, 1988](#)). Покрај ова, прикажани се резултатите и со користење на двата алтернативни естиматори на неефикасноста по одделните опсервации - [Jondrow et al. од 1982](#) година и на [Battese и Coelli од 1988](#) година. При изборот и комбинацијата на варијаблите се имаа предвид резултатите во врска со статистичката значајност на варијаблите вклучени во определувањето на стохастичката граница, т.н. „лог-лајклихд“ (англ. log likelihood) статистички тест за присуство на статистички значајна неефикасност кај македонските банки и присуството на позитивен наклон (англ. skewness) во дистрибуцијата на веројатност на резидуалите односно, наклонетост на дистрибуцијата на веројатност на резидуалите кон десно.

Со исклучок на одделни „вкрстени“ варијабли, резултатите упатуваат на статистички значајно влијание врз трошоците на банките на вклучените независни варијабли во равенката, и тоа во рамки на вообичаените нивоа на доверба. Единствено при примената на методот на временски непроменлива ефикасност цената на користените материјали и услуги, како една од цените на влезните варијабли вклучени во равенката, го губи статистички значајното влијание врз вкупните трошоци, при вообичаените нивоа на доверба. Конечно, утврдената дистрибуција на веројатности на резидуалите (извлечени со методот на најмали квадрати) ја задоволува претпоставката за постоење на позитивна несиметрија во дистрибуцијата на веројатности на резидуалите. Во табела бр. 2 се презентираат резултатите од примената на пристапот на стохастичка граница на ефикасност.

Табела бр. 2

Резултати од примената на пристапот на стохастичка граница на ефикасноста

Зависна варијабла: Вкупни трошоци (збир од оперативни и каматни расходи)	Објаснувачки (независни) варијабли:	Тип на варијабла	Коефициенти утврдени со метод на временски променлива ефикасност (TVD)	Коефициенти утврдени со метод на временски непроменлива ефикасност (TI)
Кредити на домаќинства и претпријатија		излезна варијабла	1,61***	1,60**
Цена на користени материјали и услуги		цени на влезни варијабли	-1,86*	-1,62
Каматна стапка на депозити по видување			-0,39*	-0,47**
Каматна стапка на орочени депозити			2,31***	2,65***
Физички капитал		фиксни нетпути	1,24***	1,27***
Капитал и резерви			-2,50***	-2,92***
Тримесечен Еурибор		контролни варијабли	-0,06**	-0,05**
Каматна стапка на домашен меѓубанкарски пазар на депозити			-0,17***	-0,15***
Кредити на домаќинства и претпријатија X кредити на домаќинства и претпријатија		"вкрстени" варијабли (анг. cross terms)	0,19***	0,19***
Кредити на домаќинства и претпријатија X цена на користени материјали и услуги			-0,22**	-0,26**
Кредити на домаќинства и претпријатија X каматна стапка на депозити по видување			0,04**	0,05**
Кредити на домаќинства и претпријатија X каматна стапка на орочени депозити			-0,05	-0,09
Цена на користени материјали и услуги X цена на користени материјали и услуги			0,34**	0,34**
Цена на користени материјали и услуги X каматна стапка на депозити по видување			-0,06	-0,07
Цена на користени материјали и услуги X каматна стапка на орочени депозити			-0,19	-0,08
Каматна стапка на депозити по видување X каматна стапка на депозити по видување			-0,03*	-0,03*
Каматна стапка на депозити по видување X каматна стапка на орочени депозити			0,07	0,06
Каматна стапка на орочени депозити X каматна стапка на орочени депозити			0,16*	0,17**
Физички капитал X физички капитал			0,07*	0,06*
Капитал и резерви X капитал и резерви			0,48***	0,51***
Физички капитал X капитал и резерви			-0,19***	-0,20***
Кредити на домаќинства и претпријатија X физички капитал			-0,06	-0,04
Кредити на домаќинства и претпријатија X капитал и резерви			-0,45***	-0,45***
Физички капитал X цена на користени материјали и услуги		0,10	0,08	
Капитал и резерви X цена на користени материјали и услуги		0,39**	0,41**	
Физички капитал X каматна стапка на депозити по видување		-0,02	-0,02	
Физички капитал X каматна стапка на орочени депозити		0,09	0,08	
Капитал и резерви X каматна стапка на орочени депозити		-0,24**	-0,25**	
Константа		константа	2,99	4,65
Број на обсервации		/	153	153
Број на банки		/	18	18
Лог лајклихуд статистика		/	71,89***	70,34***
η - ета		/	0,062*	/
Наклонетост на дистрибуцијата на веројатности на резидуалите - англ. skewness (>+0,5)		/	+1,02	+1,02

Извор: Пресметки на Народната банка, врз основа на податоците доставени од страна на банките.

Забелешка: ***, ** и * означуваат статистичка значајност на оценетите коефициенти пред независните варијабли, при нивоа од 1%, 5% и 10%, соодветно. Цената на трудот е, исто така, вклучена во равенката, односно се користи за нормализација на зависната варијабла и останатите цени на влезните варијабли.

По изработка на равенката за определување на стохастичката граница на ефикасноста на банките, се пристапи кон определување на нивото на (не)ефикасност на банките. Оценетите нивоа на ефикасност на банките според применетите методи се прикажани во табелата бр. 3.

Табела бр. 3

Оценети просечни нивоа на трошочна (не)ефикасност на банките, со примена на пристапот на стохастичка граница

Година	Банки со просечна актива во анализираниот период поголема од 500 милиони евра	Банки со просечна актива во анализираниот период меѓу 100 и 500 милиони евра	Банки со просечна актива во анализираниот период помала од 100 милиони евра	Вкупно
Оценета просечна ефикасност* на банките со примена на методот на Battese and Coelli (1992) на временски променлива ефикасност (TVD), според естиматорот на Battese and Coelli				
2004	64,4%	81,7%	85,2%	80,4%
2005	66,1%	82,7%	86,0%	81,4%
2006	67,7%	83,5%	86,7%	82,3%
2007	69,3%	84,4%	88,5%	83,4%
2008	70,8%	85,2%	89,1%	84,3%
2009	72,3%	85,9%	89,7%	85,1%
2010	73,7%	86,7%	90,3%	85,9%
2011	75,1%	87,4%	93,6%	87,4%
2012	76,4%	88,0%	93,5%	87,5%
Вкупно	70,7%	85,1%	87,4%	84,2%
Оценета просечна ефикасност* и неефикасност на банките со примена на методот на временски непроменлива ефикасност (TI), според естиматорот на Jondrow et al				
Ниво на ефикасност	72,9%	83,1%	89,8%	84,4%
Ниво на неефикасност	31,9%	19,9%	11,3%	18,1%
Оценета просечна ефикасност* на банките со примена на методот на временски непроменлива ефикасност (TI), според естиматорот на Battese and Coelli				
Ниво на ефикасност	72,8%	83,1%	89,7%	84,3%

Извор: Пресметки на Народната банка на Република Македонија

* Забелешка: Врската меѓу ефикасноста и неефикасноста на банките е експоненцијална (односно логаритамска). Според естиматорот на Battese and Coelli, нивото на неефикасност на банките претставува разлика меѓу остварените трошоци и 100%, сведена на скала од 0 до 1 преку поставување на инверзен сооднос со што покажува колкав дел од направените трошоци се последица на неефикасност. Од друга страна, според ЦМЛС естиматорот на (англ. Jondrow et al), неефикасноста покажува колкаво е отстапувањето во проценти на направените трошоци од нивото на трошоци што би постоело при целосна ефикасност.

Согласно со спецификациите на методот на временски променлива ефикасност, оценетите нивоа на трошочна ефикасност на банките бележат раст низ годините, односно трошочната неефикасност на банките се намалува, со еднаква динамика за сите банки, вградена во моделот и определена со т.н. опаѓачки параметар (англ. decay parameter). Оваа претпоставка донекаде соодветствува со позначајните структурни промени и трансформации што се случија во македонскиот банкарски систем во текот на анализираниот временски период, проследени со извесен технолошки прогрес и повисоко ниво на иновативност. Ваквите промени овозможуваат предуслови за основаност на претпоставката за континуирано елиминирање на дел од трошочната неефикасност на банките во текот на времето. Во анализираниот период, просечното ниво на оценета трошочна ефикасност на банките изнесува околу 84% (естиматор на Battese и Coelli, 1988). Со други зборови, во анализираниот период околу 16% од направените трошоци на банките се последица на неефикасност. Ова значи дека банките во периодот од 2004 година до 2012 година, можеле да го создадат истото ниво на излезни варијабли, со само 84% од остварените трошоци во тој период, со што би биле на границата на трошочната

ефикасност, односно би постигнале оптимизација на нивото на трошоците. Банките, во просек, направиле поголеми трошоци за околу 18% од она што било потребно за да бидат оптимално трошоочно ефикасни, односно биле за 18% над хипотетички утврдената банка со оптимална трошоочна ефикасност (т.н. англ. best practice bank) (ЏМЛС естиматор, 1982). Добиениот резултат за трошоочната неефикасност на македонскиот банкарски систем генерално соодветствува со резултатите добиени во други трудови што ја испитуваат трошоочната ефикасност на банкарските системи на земјите во транзиција од Југоисточна Европа, како на пример [Fang et al., \(2011\)](#) и [Yildirim & Philippatos, 2007](#).

Табела бр. 4

Оценети просечни нивоа на трошоочна (не)ефикасност на поединечни банки, со примена на пристапот на стохастичка граница

Банка	Метод на временски променлива ефикасност (TVD) на Battese and Coelli (1992), со естиматор на Battese and Coelli (1988)		Метод на временски непроменлива ефикасност (TI), со естиматор на Jondrow et al (1982)		Метод на временски непроменлива ефикасност (TI), со естиматор на Battese and Coelli (1988)	
	Ефикасност	Неефикасност	Ефикасност	Неефикасност	Ефикасност	Неефикасност
Банка 1	78.3%	21.7%	80.3%	22.0%	80.2%	19.8%
Банка 2	64.5%	35.5%	70.1%	35.6%	70.0%	30.0%
Банка 3	74.2%	25.8%	76.7%	26.5%	76.6%	23.4%
Банка 4	77.3%	22.7%	92.0%	8.4%	91.9%	8.1%
Банка 5	78.9%	21.1%	76.6%	26.6%	76.6%	23.4%
Банка 6	93.0%	7.0%	92.4%	7.9%	92.4%	7.6%
Банка 7	95.0%	5.0%	94.0%	6.2%	93.9%	6.1%
Банка 8	96.2%	3.8%	95.4%	4.7%	95.4%	4.6%
Банка 9	83.7%	16.3%	80.0%	22.3%	80.0%	20.0%
Банка 10	69.2%	30.8%	68.3%	38.2%	68.2%	31.8%
Банка 11	56.6%	43.4%	55.4%	59.0%	55.4%	44.6%
Банка 12	91.9%	8.1%	87.4%	13.5%	87.3%	12.7%
Банка 13	67.6%	32.4%	73.4%	30.9%	73.3%	26.7%
Банка 14	95.8%	4.2%	94.9%	5.3%	94.8%	5.2%
Банка 15	95.4%	4.6%	93.6%	6.6%	93.6%	6.4%
Банка 16	96.0%	4.0%	96.1%	3.9%	96.1%	3.9%
Банка 17	96.3%	3.7%	96.1%	4.0%	96.0%	4.0%
Банка 18	96.5%	3.5%	95.8%	4.3%	95.8%	4.2%
Вкупно	84.2%	15.8%	84.4%	18.1%	84.3%	15.7%

Извор: Пресметки на Народната банка на Република Македонија.

*Забелешка: Редоследот на банките е по случаен избор.

Резултатите од примената на пристапот на стохастичка граница укажуваат на помала трошоочна ефикасност на банките што располагаат со повисоки износи на средства. Така, банките што во анализираниот период имаат просечна актива помала од 100 милиони евра во денарска противвредност се најблиску до оптималната граница на трошоочна ефикасност (најблиску до остварувањата на хипотетички утврдената банка со оптимална трошоочна ефикасност), додека поголемите банки, со просечна актива во анализираниот период поголема од 500 милиони евра, најмногу отстапуваат од границата на оптимална трошоочна ефикасност. Овие резултати до некаде отстапуваат од досегашните претежно експертски анализи врз основа на соодноси пресметани од финансиските извештаи на банките, во врска со ефикасноста и профитабилноста на одделните групи банки во системот, особено ако се има предвид фактот што големите банки, за разлика од помалите банки, постојано го создаваат најголемиот дел од профитот во банкарскиот систем. Сепак, очигледно е дека не постои поклопување во капацитетот на банките за создавање приходи/профити и способноста за контрола (минимизација) на трошоците. Поголемите банки имаат поизразена способност и капацитет за создавање доволно високи и стабилни износи на приходи, коишто се сосема

доволни за покривање на несоодветно контролираните трошоци и за создавање (максимизација) добивки од работењето. Наспроти тоа, малите банки се прилично успешни во контролата и минимизацијата на трошоците, имајќи го предвид обемот на излезните варијабли којшто го остваруваат и износите на влезните варијабли коишто се во можност да ги обезбедат при цените по кои ги ангажираат, но се ограничени во способноста за создавање доволно високи износи на стабилни приходи, коишто би им обезбедиле позитивен финансиски резултат, односно немаат обем на активности којшто би им овозможил да ги користат ефектите од економијата на обем. Анализирани по поединечна банка се забележуваат поголеми разлики во оценетото просечно ниво на (не)ефикасност меѓу одделните банки ([табела бр. 4](#)).

5.2 Испитување на факторите на трошочна неефикасност на банките (метод на најмали квадрати)

По определувањето на границата на ефикасноста на македонскиот банкарски систем и соодветната цена на мерката за неефикасност, се премина кон вториот чекор од анализата - испитување на влијанието на избрани фактори (англ. *efficiency correlates*) врз нивото на неефикасност на банките¹⁰. Основната цел на оваа анализа е да се утврдат факторите коишто имаат статистички значајно влијание врз неефикасноста. Испитуваните фактори се сметаат како егзогени од аспект на влијанието врз неефикасноста, што би значело дека не го определуваат обликот и позицијата на границата на ефикасноста, туку само големината на отстапувањето од границата. За најголемиот дел од овие фактори што влијаат врз трошочната неефикасност, насоката на нивното влијание не е однапред определена, односно може да биде како позитивна, така и негативна. Во овој дел од истражувањето се објаснува и насоката на тоа влијание. Се примени регресија со методот на најмали квадрати (англ. *ordinary least squares*), каде што како зависна варијабла е проценетото ниво на неефикасност кај банките, од претходната фаза на анализата. Притоа, беше вклучена прилично широка група независни варијабли, со кои се опфатија различни аспекти од работењето на банките, врз кои нивниот менаџмент има барем делумно влијание.

Одговорот на дилемата дали некоја конкретна варијабла треба да се смета како егзоген фактор чиешто влијание врз разликите во неефикасноста би се истражувало во оваа фаза, или треба директно да ја определи функцијата на границата на неефикасноста како контролна варијабла, не е лесен и едноставен и првенствено се темели на експертско расудување врз основа на сознанијата за функционирање на банкарскиот систем. При изборот на независните варијабли се внимаваше на меѓусебната корелираност на вклучените варијабли, односно максималното дозволено ниво на корелација меѓу независните варијабли се постави на +/- 60%. Поконкретно, избраните фактори чие влијание се истражуваше беа групирани во шест групи на независни варијабли, и тоа:

- 1) структурните карактеристики на македонскиот банкарски систем: Херфиндаловиот индекс како мерка за степенот на концентрација во банкарскиот систем, Лернеровиот индекс како мерка за нивото на конкуренција во системот, вештачка (бинарна) варијабла за доминантната странска

¹⁰ Во прилогот VI, на крајот од трудот, е даден краток осврт на движењата во ефикасноста на македонскиот банкарски систем.

- сопственост на банките¹¹ со цел да се утврдат ефектите врз неефикасноста од сопственичките карактеристики на банките, првенствено од доминантната странска сопственост и вештачка (бинарна) варијабла за котацијата на банките на официјалниот пазар на Македонската берза¹², за да се увиди дали и какви се ефектите врз (не)ефикасноста од механизмот на пазарната контрола во работењето на банките;
- 2) изложеноста на банките на кредитен ризик, претставена преку учеството на нефункционалните во вкупните кредити и показателот за покриеноста на кредитната изложеност класифицирана во „В“, „Г“ и „Д“ со исправка на вредноста. Со оглед на фактот што нефункционалните кредити не беа вклучени како контролна варијабла во моделот, може да се користат како варијабла во регресиите за да се увиди нивното влијание врз неефикасноста;
 - 3) профитабилноста на банките, прикажана со стапка на поврат на просечната актива и нето каматната маргина,
 - 4) соодносот меѓу кредитите и депозитите, којшто истовремено може да претставува ликвидносен показател, но и показател за изворите на финансирање на кредитната активност на банките,
 - 5) постојната големина на банките и остварениот раст на одделни компоненти од билансите, претставени преку логаритам од износот на активата, стапка на раст на ликвидната актива, на портфолиото на хартии од вредност и на депозитите и
 - 6) структурните показатели за средствата и обврските на банките, односно учеството на валутната компонента во структурата на кредитите и депозитите, учеството на пласманите во хартии од вредност во вкупната актива, учеството на ликвидната во вкупната актива, учеството на депозитите по видување и на депозитите од домаќинствата во вкупната актива.

Најнапред беа изработени три регресии коишто меѓу себе се разликуваат единствено според зависната варијабла, односно според утврденото ниво на неефикасност на банките, во зависност од конкретно применетиот метод (временски променлива или временски непроменлива неефикасност) и пристапот за негово определување (според Jondrow et al или според Battese and Coelli). Дополнително, овие три регресии беа изработени и во т.н. редуцирана форма, преку изоставување на некои од независните варијабли (Херфиндаловиот индекс за концентрација, Лернеровиот индекс за конкуренција и големината на активата на банките) за кои се утврди дека се високо корелирани со независните варијабли веќе вклучени во равенката за границата на ефикасноста на банките (од претходната фаза на анализата), а беа испуштени варијаблите (единствено стапката на поврат на просечната актива), за кои се утврди различно влијание врз трошочната неефикасност на банките (еднаш позитивно, а другпат негативно), во зависност од методот според којшто е добиена проценетата неефикасност како зависна варијабла (временски променлива или временски непроменлива ефикасност). Во продолжение следат резултатите од испитувањето на факторите коишто

¹¹ За секоја временска опсервација во анализираниот период, вештачката варијабла добива вредност 1 доколку банката е во доминантна странска сопственост, а 0 доколку е во доминантна домашна сопственост.

¹² За секоја временска опсервација во анализираниот период, вештачката варијабла добива вредност 1 доколку акциите на банката котираат на официјалниот пазар на Македонската берза, а 0, доколку не котираат на официјалниот пазар на Македонската берза.

влијаат врз трошочната неефикасност на банките, со примена на регресија со методот на најмали квадрати:

Табела бр. 5

Резултати од примената на методот на најмали квадрати за испитување на факторите на трошочна неефикасност на банките

Зависна варијабла: Оценето ниво на трошочна неефикасност	Регресија 1 (TVD)	Регресија 2 (TI, естиматор J.)	Регресија 3 (TI, естиматор B&C)	Регресија 4 (TVD, редуцирана форма)	Регресија 5 (TI, естиматор J., редуцирана форма)	Регресија 6 (TI, естиматор B&C, редуцирана форма)
Објаснувачки (независни) варијабли:						
Вештачка варијабла за број на банки во доминантна странска сопственост	0,08***	0,10***	0,07***	0,07***	0,10***	0,08***
Вештачка варијабла за број на банки коишто котираат на Македонската берза	0,11***	0,15***	0,11***	0,10***	0,14***	0,10***
Нето-каматна маргина	-1,92***	-2,54***	-2,00***	-2,39***	-3,12***	-2,48***
Стапка на поврат на активата	-0.02	0.04	0.06	/	/	/
НПЛ показател	0,21**	0.17	0.14	0,22**	0.17	0.13
Покриеност на В, Г и Д со исправка на вредност	0.001	0.006	0.001	0,04*	0.05	0.03
Лернер индекс	0,21***	0,17**	0,13**	/	/	/
Херфиндал индекс	0.0003	0.0002	0.0002	/	/	/
Учество на валутна компонента во вкупни кредити	0,08*	0,11**	0,07*	0,07*	0,12**	0,08**
Учество на валутна компонента во вкупни депозити	0,23***	0,34***	0,25***	0,38***	0,49***	0,38***
Ликвидна актива/вкупна актива	0,01***	0,01***	0,01***	0,01***	0,01***	0,01***
Кредити/депозити	0,02**	0,02*	0,02*	0,02**	0,02**	0,02**
LN(актива)	0,03***	0,04***	0,03***	/	/	/
Раст на ликвидна актива	-0.02	-0.03	-0.02	-0.002	-0.013	-0.009
Раст на портфолио од хартии од вредност	-0.001	-0.002	-0.001	-0.002	-0.003	-0.003
Реален раст на депозитите	0.03	0.03	0.03	0.01	0.01	0.01
Портфолио на хартии од вредност/вкупна актива	0,26***	0,36***	0,28***	0.13	0,23**	0,17**
Депозити по видување/вкупна актива	0,28***	0.18	0.13	0,56***	0,42***	0,34***
Депозити од домаќинства/вкупна актива	0,16***	0.12	0,11*	0,18***	0,17**	0,15***
Константа	-1,17***	-1,12***	-0,93***	-0,37***	-0,40***	-0,29***
Број на обсервации	132	132	132	132	132	132
Број на банки	18	18	18	18	18	18
R-squared	0.7167	0.6791	0.6821	0.6332	0.6244	0.6176

Извор: Пресметки на Народната банка, врз основа на податоците доставени од страна на банките.

Забелешка: 1. TVD означува дека оценката на трошочна неефикасност, како зависна варијабла, е добиена со примена на методот на временски променлива неефикасност; 2. TI означува дека оценката на трошочна неефикасност, како зависна варијабла е добиена со примена на методот на временски непроменлива неефикасност; 3. J. означува Jondrow et al; 4. B&C означува Battese and Coelli; 5. во регресиите во редуцирана форма изоставени се некои од првично вклучените независни варијабли.

6. ***, ** и * означуваат статистичка значајност на оценетите коефициенти пред независните варијабли, при нивоа од 1%, 5% и 10%, соодветно.

Меѓу варијаблите во врска со **структурните карактеристики на банкарскиот систем**, единствено Херфиндаловиот индекс нема статистички значајно влијание врз трошочната неефикасност на банките. Наспроти тоа, останатите варијабли од оваа група имаат статистички значајно, праволинско, влијание врз трошочната неефикасност на банките. Резултатите од примената на методот на најмали квадрати укажуваат дека, во случајот на Република Македонија, зголемувањето на бројот на банките во доминантна странска сопственост води кон раст на трошочната неефикасност. Во периодот вклучен во анализата, позначајни промени во сопственичката структура на македонските банки се случија од 2006 до 2008 година, кога поголем број од домашните банки преминаа во доминантна странска сопственост. Дobar дел од преземените банки беа со релативно слаба, сè уште неизградена, пазарна позиција, со што промените во сопственоста беа неминовно проследени и со малку повисоки трошоци поврзани со реструктурирање и реорганизација на банките, проширување и зајакнување на мрежата на експозитури, ИТ-мрежата, докипирање на кадрите, итн. и генерална реалокација на ресурсите заради исполнување на новопоставените стратегиски определби. Зголемените трошоци од сопственичката трансформација на банките имаат претежно негативни ефекти врз нивото

на ефикасност, за чие надминување и евентуално преминување во позитива е потребен малку подолг временски период. Освен тоа, треба да се има предвид фактот дека сопственичката трансформација кај поголем дел од банките, се одвиваше непосредно пред отпочнувањето на глобалната финансиска криза, чии негативни ефекти исто така може да ги одложат позитивните ефекти од сопственичкото реструктурирање. Иако, вообичаено, поголем е бројот на автори коишто наоѓаат статистички значајна негативна врска меѓу бројот (учеството) на странски банки во одделните банкарски системи и утврдената трошочната неефикасност, сепак не е мал бројот на автори на трудови од оваа област, кои, како и во случајот на Република Македонија, доаѓаат до праволинско влијание на бројот на странски банки врз нивото на неефикасност. Таков е случајот, на пример со [Hasan и Hunter \(1996\)](#), [Chang et all \(1998\)](#), [Green et all \(2004\)](#), [Zajc \(2006\)](#) или [Borovička \(2007\)](#) и слично.

Зголемувањето на бројот на банки коишто котираат на Македонската берза води исто така кон зголемување на трошочната неефикасност. Ова донекаде е очекувано за македонските банки, со оглед на минорното значење на пазарното финансирање за нивното работење, но и поради слабата улога на пазарот како контролен механизам врз работењето на банките и дисциплинирање на неефикасното однесување на менаџерите. Имено, во услови на мала улога на финансиските пазари во домашната економија и отсуството на пазарно финансирање на банкарските активности, резултатите од анализата укажуваат дека поголемата пазарна контрола врз банките коишто котираат на официјалниот пазар на Македонската берза, во смисла на обврски за поголема транспарентност и изложување на сопствените остварувања на јавна проценка, наместо да доведат до зголемување на ефикасноста, придонесуваат за поголема трошочна неефикасност. Исто така, добиениот резултат може да се објасни и со релативно ниската ликвидност на акциите на котираните банки, со оглед на високата концентрација во нивната сопственичка структура.

Поголемата конкуренција во банкарскиот систем, мерена преку Лернеровиот индекс, има позитивен знак во резултатите од регресијата, што значи дека предизвикува раст на трошочната ефикасност на банките. Оттука, банките под притисок на зголемена конкуренција ги рационализираат трошоците, обидувајќи се да ги одржат пазарните позиции (удели), преку оптимизација на ангажираните влезни варијабли. Сепак, овој индекс е изоставен кај дел од развиените регресии, поради неговата висока корелираност со независните варијабли, коишто беа веќе вклучени во определувањето на границата на ефикасност на банките.

Показателите за изложеноста на кредитен ризик немаат некое силно статистички значајно влијание врз трошочната неефикасност на банките. Имено, двата анализирани показатели имаат статистички значајно, позитивно, влијание во вкупно две, од шестте конструирани регресии. Повисокото ниво на кредитен ризик води кон поголема трошочна неефикасност на банките, што пак укажува дека, оштетувањето на (квалитетот) на кредитното портфолио кај банките е проследено со преземање на дополнителни мерки и активности и ангажирање на дополнителни ресурси, коишто се секако поврзани со правење на поголеми трошоци. Сепак, може да се очекува дека показателите за нивото на кредитен ризик имаат поголемо влијание врз висината и квалитетот на приходите/профитите на банките (односно, врз профитната ефикасност на банките).

Меѓузависноста кај нето каматните маргини и трошочната неефикасност кај банките е статистички значајна и негативна, што е сосема очекувано и во согласност со економската логика, ако се има предвид фактот дека каматните расходи на банките се компонента на нето каматните маргини. Стапката на поврат на просечната актива на банките, како **показател за профитабилноста на банките**, нема статистички значајно влијание врз трошочната неефикасност, а дополнително, неговото влијание има различна насока во одделните регресии.

Показателот за степенот на искористеност на депозитниот потенцијал за финансирање на кредитната активност има статистички значајно, позитивно, влијание врз трошочната неефикасност на банките. Имено, зголемувањето на соодносот меѓу кредитите и депозити на банките, односно побрзиот раст на кредитите од депозитите на банките, носи зголемени трошоци за банките, што ја намалува нивната трошочна ефикасност.

Растот на одделните компоненти од билансите на банките (пласманите во хартии од вредност, ликвидната актива и прибраните депозити од клиентите) немаат статистички значајно влијание врз трошочната неефикасност на банките. Од оваа група на варијабли, единствено **големината на средствата (во логаритамска форма)** има статистички значајно, праволиниско влијание врз трошочната неефикасност на банките. Ваквиот резултат сосема се совпаѓа со претходно оценетите нивоа на (не)ефикасност кај одделните групи банки, според износот на нивната актива (при примена на пристапот на стохастичка граница), каде што беше утврдено дека поголемите банки имаат повисока трошочна неефикасност, а помалите банки се карактеризираат со пониска трошочна неефикасност. Со оглед на високата корелираност на логаритамскиот износ на активата на банките со независните варијабли, коишто беа вклучени во равенката за определување на границата на ефикасност на банките (од претходната фаза на анализата), оваа варијабла беше изоставена во дел од регресиите. Во литературата, постојат дивергентни наоди за влијанието на големината на средствата врз трошочната неефикасност, на пример [Berger et al. \(1997\)](#) имаат добиено негативно статистички значајно влијание, [Rossi et al \(2005\)](#) и [Hermalin и Wallace \(1994\)](#) утврдиле позитивно статистички значајно влијание, а [Mester во 1993](#) година и пак, [Mester во 1996](#) година, утврдила статистички незначајно влијание.

Показателите за структурата на активата и пасивата на банките, претежно, имаат статистички значајно влијание врз трошочната неефикасност:

Поголемото учеството на ликвидната актива и/или на портфолиото на хартии од вредност во вкупната актива на банките ја зголемува трошочната неефикасност. Оттука, произлегува дека пласманите на банките во ликвидни инструменти и/или во хартии од вредност се веројатно поврзани со правење на некои дополнителни трошоци од страна на банките, што ја намалува нивната ефикасност. Наспроти тоа, при спроведувањето на првата фаза од ова истражување, беше утврдено дека единствено кредитите одобрени на реалниот сектор, како излезна варијабла од банкарското работење, имаат статистички значајно влијание врз вкупните трошоци на банките и поради тоа, единствено тие беа вклучени во утврдувањето на нивоата на трошочна неефикасност на банките со пристапот на стохастичка граница (варијаблите коишто се однесуваа на некои од

останатите можни видови излезни варијабли од банкарското работење се покажа дека не дозволуваа конструкција на моделот за границата на ефикасност).

Зголемувањето на учеството на валутната компонента во вкупните кредити и депозити на банките предизвикува раст на трошочната неефикасност. Имено, високото ниво на евроизација на домашната економија отсликано, меѓу другото, и преку претежното учество на валутната компонента во кредитното портфолио и депозитната база на банките, има негативен ефект врз трошочната ефикасност на банките. Намалување на учеството на депозитите со валутна компонента во вкупните депозити, во текот на 2012 година, најмногу како последица на должничката криза во евро-зоната, и продолжувањето на овој тренд во 2013 година, претставува сигнал за зголемување на денарската компонента во билансите на банките, што може да влијае и во насока на намалување на нивната трошочна неефикасност.

Растот на учеството на депозитите по видување и/или на депозитите од домаќинствата во вкупната актива ја зголемува трошочната неефикасност на банките. Депозитите по видување, иако се евтини, претставуваат, по правило, како извор на финансирање (влезна варијабла) за банките со релативно помала стабилност, чија рочна трансформација на страната на активата (пласирање во кредити) носи зголемен ликвидносен ризик и оттука, веројатно, банките се многу попрепазливи во одлуките за пласирање на вака прибраните средства. Депозитите од домаќинствата, иако се главен извор на финансирање, претставуваат малку поскапа влезна варијабла во банкарското работење, во споредба со останатите депозити (на пример во споредба со депозитите прибрани од претпријатијата).

Презентираните резултати од истражувањето само ја потврдуваат сложената природа на ефикасноста на банките, како мешавина од бројни елементи, за чие унапредување се потребни разновидни промени во повеќе области. Резултатите од истражувањето покажуваат дека продажбата на домашните банки на странски акционери, самото по себе, не значи брзо зголемување на трошочната ефикасност, што пред сè е условено од претходно изградената пазарна позиција на банката и востановената практика на работење и правила на „играта“. Со поттикнување на развојот на домашните финансиски пазари и нивното интегрирање во меѓународните пазари, поголема е веројатноста за зголемување на влијанието на пазарната контрола врз работењето на банките, што би бил дополнителен поттик за унапредување на трошочната ефикасност на банките. Исто така, продолжувањето на трендот на намалување на степенот на евроизација во домашниот банкарски систем и генерално во македонската економија, би требало да влијае во насока на намалување на трошочната неефикасност на банките. Натому, преку отстранување на можноста за создавање високи приходи (пред сè со користење на т.н. прилагодливи каматни стапки во договорите за кредити и депозити) без поседување соодветна трошочна ефикасност, особено кај поголемите банки во системот, би се поттикнала поголема и полојална конкуренција меѓу банките во системот и со тоа би се влијаело за зголемување на трошочна ефикасност. Банките треба да спроведат извесно диверзифицирање на депозитната база, во услови кога депозитите од домаќинствата имаат најголемо учество, а се едни од поскапите извори на средства (во споредба со останатите депозити). Во овој контекст, потребно е да се вложат напори и за воведување на некои нови попривлечни депозитни производи или (подобро) за промовирање некои (нови) видови на услуги (унапредување на услугите за управување со

готовината, лични финансии и слично), коишто би ги привлекле и би ги задржале средствата од трансакциските сметки или оние депонирани по видување од страна на клиентите, а заради натамошно зголемување на процентот на стабилност на депозитите. Конечно, менаџментот на банките треба, и натаму, да ја одржува изложеноста на ризиците во одредени контролирани рамки, и тоа особено во делот на кредитниот ризик и искористеноста на депозитниот потенцијал за финансирање на кредитната активност.

5. Заклучок

Во овој работен материјал се определува нивото на (не)ефикасност на македонските банки, преку границата на трошочна ефикасност за небалансиран панел од осумнаесет банки, во временскиот период од 2004 до 2012 година, со примена на пристапот на стохастичка граница, и тоа како со методот на временски променлива, така и со методот на временски непроменлива (не)ефикасност. Во анализираниот период, просечното ниво на оценета трошочна ефикасност на банките изнесува околу 84% (естиматор на Battese и Coelli, 1988), што значи дека банките во периодот од 2004 до 2012 година, можеле да го создадат истото ниво на излезна варијабла со само 84% од реализираните направените трошоци за тој период, со што би биле на границата на трошочната ефикасност, односно 16% од направените трошоци се последица на неефикасност. Поинаку кажано, банките во просек, правеле за околу 18% повеќе трошоци во посредувањето меѓу лицата со вишоци и лицата со кусоци на средства, во споредба со хипотетички утврдената банка со оптимална трошочна ефикасност (ЏМЛС естиматор, 1982).

Не помалку значајна цел на овој работен материјал е испитувањето на влијанието на избрани фактори врз неефикасноста на банките (англ. efficiency correlates), како и насоката на тоа влијание (позитивно или негативно). Испитувањето на емпириската зависност на оценетото ниво на неефикасност на македонските банки од избраната група фактори, во анализираниот период, беше направено со користење на методот на најмали квадрати. Вклучената група фактори е прилично широка и опфаќа различни аспекти од работењето на банките, врз кои нивниот менаџмент има непосредно или посредно, целосно или барем делумно влијание: структурни карактеристики на македонскиот банкарски систем; изложеност на банките на кредитен ризик; профитабилност на банките; показател за изворите на финансирање на кредитната активност на банките; постојната големина на банките и остварениот раст на одделни компоненти од билансите и структура на средствата и обврските на банките.

Во анализираниот период (од 2004 – 2012 година), продажбата на домашните банки на странски сопственици, самото по себе, не беше гаранција за брзо унапредување на трошочната ефикасност на македонските банки. Нивото на ефикасноста повеќе беше под влијание на претходно изградената пазарна позиција (т.е. поголеми средства) и востановената практика на работење и „правилата на игра“. Имено, банките во Република Македонија со веќе изградена силна пазарна позиција ѝ посветуваат помало внимание на трошочната ефикасност, бидејќи стекнатите повисоки пазарни удели им гарантираат и доволно високи износи на приходи и профити, коишто може нагорно да се „коригираат“, од страна на менаџментот, речиси во секое време, заради можноста за прилагодување на висината на приносот и каматните маргини. Банките, под притисок на зголемена

конкуренција, се склони да ги рационализираат трошоците заради одржување на пазарните позиции, што, пак од своја страна, им гарантира остварување доволно високи приходи и добивки. Тековната пазарна контрола врз банките коишто котираат на официјалниот пазар на Македонската берза очигледно не е доволен стимул за унапредување на сопствената трошочна ефикасност, што е очекуван резултат, имајќи го предвид нискиот степен на развиеност и меѓународна интегрираност на домашните финансиски пазари. Високиот степен на евроизација на македонската економија и следствено на тоа, високото учество на валутната компонента во банкарските активности и изворите на финансирање, имаат негативен одраз врз трошочната ефикасност на македонските банки. Поголемото потпирање на банките на депозитите од домаќинства и депозитите по видување во финансирањето на активностите ја зголемува нивната трошочна неефикасност и се наметнува потребата од поголема диверзификација на изворите на средства и зголемување на нивото на стабилност. Конечно, менаџментот на банките треба да внимава и на управувањето со ризиците, особено со кредитниот, и да избегнува кредитен „бум“ што не е финансиран со соодветно зајакнување (раст) и на депозитниот потенцијал на банките.

Користењето на техниките коишто се засноваат врз пресметка на граница на ефикасноста не е без недостатоци. Имено, како и кај сите истражувања засновани на статистичко-економетриски техники, пресметаните резултати се чувствителни на промена на функционалната зависност претставена со равенката за границата на ефикасноста, периодот за којшто се врши истражувањето и од големината на анализираниот примерок. Кај мерењето на ефикасноста, покрај овие, можни се и недостатоци поврзани со конкретниот избран метод со којшто се мери неефикасноста и опциите што ќе се одберат за конкретната негова примена. Секој избор всушност се темели врз одредени претпоставки, што можат во практиката и да не бидат исполнети. Различните методолошки варијанти за пресметка на границата на ефикасност можат да предизвикаат проблеми и со робустноста на резултатите на истражувањата (Weill, 2003). Друг проблем кога се оценува ефикасноста на банките може да произлегува од начинот на дефинирање на влезните и излезните варијабли што ја определуваат функцијата на границата на ефикасноста, како и дали и како ќе се вклучат контролни варијабли во моделот. Доколку постојат испуштени варијабли (англ. omitted variables) или се јават варијабли коишто се вишок во функцијата на границата на ефикасност (англ. redundant variables), истите можат да имаат влијание и врз мерката на неефикасноста, рангирањето и споредбата на анализираните единици и врз испитувањето на факторите на неефикасноста (Mester, 2005). Како последно, но сепак важно, е тоа што врз (не)ефикасноста влијаат и определени фактори на производство, коишто било поради нивната „невидлива природа“ или поради неможноста да се измери нивниот придонес во создавањето вредност, не можат да се специфицираат во модел (на пример, човечкиот капитал, нематеријалните фактори сл.). Независно од можните недостатоци при неговата примена, истражувањата засновани на оценка на ефикасноста според пристапот на стохастичка граница, сепак, постепено стануваат стандард во литературата од оваа област и расте нивната примена во различни области, вклучително и за оценка на неефикасноста во банкарските системи.

Можностите за понатамошна примена на пристапот на стохастичка граница за оценка на (не)ефикасноста во банкарскиот систем на Република Македонија се практично неограничени. Најпрво, оценката на неефикасноста на банките во овој труд се прави според конструирана конкретна функционална форма на трошочна граница на

ефикасноста. Ова остава простор, од една страна, за оценка на ефикасноста со конструкција на профитна граница на ефикасноста, но од друга страна, и нови оценки на трошочната ефикасност со поинакви функционални форми од применетата во овој труд. Може да се прошири и листата на фактори што ја условуваат ефикасноста чиешто влијание се истражува или наместо процедурата во два чекора, да се примени процедура во еден чекор за оценка на нивното влијание. Исто така, со оглед на тоа дека во овој труд е работено со панел податоци, направена е оценка на ефикасноста со само два метода - методот на [Battese и Coelli, 1988](#) и методот на [Battese и Coelli, 1992](#). Може да се очекува дека понатамошните истражувања ќе ја поттикнат примената на некои од другите методи за истражување на ефикасноста со примена на пристапот на стохастичка граница на панел податоци, на пример методите развиени во 2005 година од Greene, коишто овозможуваат примена на општите економетриски карактеристики на панелите при оценката на ефикасноста, каков што е случајот во трудот на Атанасовска, 2013. Треба да се истакне дека методот може да се примени и од самите банки, за оценка на ефикасноста на одделните нивни деловни единици (филијали или експозитури). Во секој случај, постои значителен простор за понатамошно користење на овој метод за оценка на (не)ефикасноста во банкарскиот систем на Република Македонија.

Референци

Атанасовска-Новески, В., 2014. Естимирање на трошковната ефикасност на банкарските сектори на земјите од Балканот со посебен осврт на Македонија, Скопје: презентација на трудот на Клубот на истражувачи при Народната банка на Република Македонија <http://www.nbrm.mk/?ItemID=D7B5786068C8EF4DACD3BE5B2082EBEA> .

Aigner, D. & Chu, S., 1968. On estimating the industry production function. *American Economic Review*, Volume 58, pp. 826-839.

Aigner, D. J., Knox Lowell, C. A. & Schmidt, P., 1977. Formulation and estimation of stochastic frontier production function models. *Journal of Econometrics*, July, 6(1), pp. 21-37.

Akhavein, J., Berger, A. & Humphrey, D., 1997. The effects of megamergers on efficiency and prices: evidence from a bank profit function. *Board of Governors of the Federal Reserve System, Finance and Economics Discussion Series* .

Altunbas, Y., Carbo, S., Gardener, E. P. & Molyneux, P., 2007. Examining the relationships between capital, risk and efficiency in European banking. *European Financial Management*, 13(1), pp. 49-70.

Altunbas, Y., Evans, L., Molyneux, P. & Seth, R., 2000. Efficiency and risk in Japanese banking. *Journal of banking and finance*, Volume 24, pp. 1605-1628.

Alvarez, A., Amsler, C., Orea, L. & Schmidt, P., 2006. Interpreting and Testing the Scaling Property in Models where Inefficiency Depends on Firm Characteristics. *Journal of Productivity Analysis*, 25(3), pp. 201-212.

Alvarez, A., Arias, C. & Greene, W., 2004. Accounting for unobservables in production models: management and inefficiency. *Econometric Society 2004 Australasian Meetings* , 14 August.

Anayiotos, G., Toroyan, H. & Vamvakidis, A., 2010. The efficiency of emerging Europe's banking sector before and after the recent economic crisis. *Financial Theory and practice*, 34(3), pp. 247-267.

Andries, A. M. & Capraru, B., 2013. Impact of Financial Liberalization on Banking Sectors Performance from Central and Eastern European Countries. *PLoS ONE*, 21 March.8(3).

Ashton, J., 1998. Cost efficiency, economies of scale and economies of scope in the British retail banking sector. *Bournemouth university, School of Finance & Law, working paper series*.

Baltagi, B., 2005. *Econometric Analysis of Panel Data*. 3rd ed. s.l.:John Wiley & Sons Ltd,.

Battese, G. & Coelli, T., 1988. Prediction of firm level technical inefficiencies with a generalised frontier production function and panel data. *Journal of Econometrics*, 38(3), pp. 387-399.

- Battese, G. & Coelli, T., 1992. Frontier production functions, technical efficiency and panel data: With application to paddy farmers in India. *Journal of productivity analysis*, Volume 3, pp. 153-169.
- Battese, G. & Coelli, T., 1995. A model for technical inefficiency effects in a stochastic frontier production function for panel data. *Empirical Economics*, Volume 20, pp. 325-332.
- Battese, G. & Corra, G., 1977. Estimation of a production function frontier model: with application to the pastoral zone of Eastern Australia. *Australian Journal of Agriculture Economics*, December, 21(3), pp. 169-179.
- Behr, A. & Tente, S., 2008. Stochastic frontier analysis by means of maximum likelihood and the method of moments. *Bundesbank discussion paper series 2: Banking and Financial Studies*, Volume 18.
- Belotti, F., Daidone, S., Iardi, G. & Atella, V., 2012. Stochastic frontier analysis using Stata. *The Stata journal*, 12(2), pp. 1-39.
- Benston, G., 1965. Branch banking and economies of scale. *Journal of Finance*, 20(2), pp. 312-331.
- Berger, A., De Young, R., Genay, H. & Udell, G., 2000. Globalization of financial institutions: evidence from cross-border banking performance. *Board of Governors of the Federal Reserve System, Finance and Economics Discussion Series*.
- Berger, A., Herring, R. & Szego, G., 1995. The role of capital in financial institutions. *Journal of Banking and Finance*, 19(3-4), pp. 393-430.
- Berger, A., Leusner, J. & Mingo, J., 1997. The efficiency of bank branches. *Journal of Monetary Economics*, 40(1), pp. 141-162.
- Berger, A. N. & Bonaccorsi di Pati, E., 2006. Capital structure and firm performance: A new approach to testing agency theory and an application to the bankign industry. *Journal of Banking and Finance*, 30(4), pp. 1065-1102.
- Berger, A. N. & De Young, R., 1997. Problem loans and cost efficiency in commercial banks. *Journal of Banking & Finance*, 21(6), pp. 849-870.
- Berger, A. N. & Humphrey, D. B., 1992. Measurement and Efficiency Issues in Commercial Banking. In: Z. Griliches, ed. *Output Measurement in the Service Sectors*. s.l.:University of Chicago Press, pp. 245-300.
- Berger, A. N. & Humphrey, D. B., 1997. Efficiency of financial institutions: International survey and directions for future research. *European Journal of Operational Research*, 16 April, 98(2), pp. 175-212.

Berger, A. N. & Mester, L. J., 1997. Inside the black box: What explains the differences in the efficiencies of financial institutions?. *Journal of Banking and Finance*, 21(7), pp. 895-947.

Berger, A. N. & Mester, L. J., 1999. *What Explains the Dramatic Changes in Cost and Profit Performance of the U.S. Banking Industry?*. [Online]

Available at: <http://fic.wharton.upenn.edu/fic/papers/99/p9910.html>

[Accessed 12 March 2014].

Berger, A. N. & Mester, L. J., 2003. Explaining the Dramatic Changes in Performance of U.S. Banks: Technological Change, Deregulation and Dynamic Changes in Competition. *Journal of Financial Intermediation*, April, 12(1), pp. 57-95.

Bonin, J. P., Hasan, I. & Wachtel, P., 2005. Bank performance, efficiency and ownership in transition countries. *Journal of banking and finance*, 29(1), pp. 31-53.

Borovička, J., 2007. Banking Efficiency and Foreign Ownership in Transition: Is There Evidence of a Cream-Skimming Effect?. *Financial Stability Report of Oesterreichische Nationalbank (Austrian Central Bank) 13*, June, pp. 68-82.

Bos, J. et al., 2005. Inefficient or just different? Effects of heterogeneity on bank efficiency scores. *Deutsche Bundesbank, Discussion Paper Series 2: Banking and Financial Studies*.

Bos, J. W. & Schmiedel, H., 2003. Comparing Efficiency in European Banking: A Meta Frontier Approach. *De Nederlandsche Bank, Research Series Supervision no. 57*, May.

Brissimis, S. N., Delis, M. D. & Tsionas, E. G., 2009. Technical and allocative efficiency in European banking. *European journal of operational research*, July, 204(1), pp. 153-163.

Burger, A. & Moormann, J., 2010. Performance analysis on process level: benchmarking of transactions in banking. *International Journal of Banking, Accounting and Finance*, 2(4), pp. 404-420.

Chang, E., Hasan, I. & Hunter, W., 1998. Efficiency of multinational banks: an empirical investigation. *Applied Financial Economics*, 8(6), pp. 689-696.

Charnes, A., Cooper, W. & Rhodes, E., 1978. Measuring the efficiency of decision making units. *European Journal of Operational Research*, 2(6), pp. 429-444.

Chen, C., 2009. Bank Efficiency in Sub-Saharan African Middle Income Countries. *International Monetary Fund IMF Working Papers*, January.

Christensen, L., Jorgenson, D. & Lau, L., 1971. Conjugate duality and the transcendental logarithmic production function. *Econometrica*, Volume 39, pp. 255-256.

Christensen, L., Jorgenson, D. & Lau, L., 1973. Transcendental Logarithmic Production Frontiers. *Review of Economics & Statistics*, 55(1), pp. 28-45.

- Christensen, L., Jorgenson, D. & Lau, L., 1975. Transcendental Logarithmic Utility Functions. *American Economic Review*, 65(3), pp. 367-368.
- Chung, U., Jung, J., Ham, S.-C. & Kim, G., 2001. Economies of Scale and Scope in Korea's Banking Industry: Evidence from the Fourier Flexible Form. *The Journal of Korean Economy*, 2(1), pp. 87-111.
- Coelli, T., 1993. *Finite Sample Properties of Stochastic Frontier Estimators and Associated Test Statistics*, Armidale, New South Wales: University of New England, Department of econometrics.
- Coelli, T., 1995. Recent Developments In Frontier Modelling And Efficiency Measurement. *Australian Journal of Agricultural Economics*, 39(03).
- Coelli, T., 2007. A Guide to FRONTIER Version 4.1: A Computer Program for Stochastic Frontier Production and Cost Function Estimation. *University of Queensland, Centre for Efficiency and Productivity Analysis Working Paper* .
- Coelli, T., Rao, P., O'Donnell, C. & Battese, G., 2005. *An introduction to efficiency and productivity analysis*. 2nd ed. New York: Springer Science+Business Media Inc.
- Cornwell, C., Schmidt, P. & Sickles, R., 1990. Production frontiers with cross-sectional and time-series variation in efficiency levels. *Journal of Econometrics*, 46(1-2), pp. 185-200.
- Cuesta, R., 2000. A Production Model With Firm-Specific Temporal Variation in Technical Inefficiency: With Application to Spanish Dairy Farms. *Journal of Productivity Analysis*, 13(2), pp. 139-158.
- DeYoung, R. & Hasan, I., 1998. The performance of de novo commercial banks: A profit efficiency approach. *Journal of Banking & Finance*, 22(5), pp. 565-587.
- Diewert, E., 1971. An application of the Shephard duality theorem: a generalized Leontief production function. *Journal of Political Economy*, 79(3), pp. 481-507.
- Diewet, E. & Wales, T., 1987. Flexible functional forms and global curvature conditions. *Econometrica*, 55(1), pp. 43-68.
- Eisazadeh, S. & Shaeri, Z., 2012. An analysis of bank efficiency in the Middle East and North Africa. *International Journal of Banking and Finance*, 9(4), pp. 28-47.
- Fang, Y., Hasan, I. & Marton, K., 2011. *Bank efficiency in transition economies: recent evidence from South-Eastern Europe*. [Online]
Available at:
http://www.suomenpankki.fi/en/julkaisut/tutkimukset/keskustelualoitteet/Pages/dp2011_05.aspx
X
[Accessed 18 December 2013].

Fang, Y., Hasan, I. & Marton, K., 2011. Bank efficiency in transition economies: recent evidence from South-Eastern Europe. *Bank of Finland, Research Discussion Papers 5*, 14 March.

Farrell & M.J., 1957. The measurement of productive efficiency. *Journal of the Royal Statistical Society*, 120(3), pp. 253-290.

Fenn, P. et al., 2008. Market structure and the efficiency of european insurance companies: a stochastic frontier analysis. *Journal of Banking & Finance*, 32(1), pp. 86-100.

Fiordelisi, F., Marqués Ibañez, D. & Molyneux, P., 2011. Efficiency and risk in European banking. *Journal of Banking & Finance*, 35(5), pp. 1315-1326.

Fiorentino, E., Karmann, A. & Koetter, M., 2006. The cost efficiency of German banks: a comparison of SFA and DEA. *Deutsche Bundesbank, Discussion Paper Series 2: Banking and Financial Studies*.

Fried, H., Knox Lovell, C. & Schmidt, S., 2008. Efficiency and Productivity. In: H. Fried, C. Knox Lovell & S. Schmidt, eds. *The Measurement of Productive Efficiency and Productivity Growth*. s.l.:Oxford University Press, pp. 2-106.

Fries, S. & Taci, A., 2005. Cost efficiency of banks in transition: evidence from 289 banks in 15 post-communist countries. *Journal of banking and finance*, 29(1), pp. 55-81.

Gallant, R., 1981. On the bias in flexible functional forms and an essentially unbiased form : The fourier flexible form. *Journal of Econometrics*, 15(2), pp. 211-245.

Garza-Garcia, J. G., 2012. Determinants of bank efficiency in Mexico: a two-stage analysis. *Applied Economics Letters*, 16 March, 19(17), pp. 1679-1682.

Georgievska, L. et al., 2010. *Determinants of Lending Rates and Interest Rate Spreads in Macedonia*. [Online]
Available at: <http://www.nbrm.mk/?ItemID=D8E5DDBDC3D74F428184402BACDC5A5C>
[Accessed octomber 2013].

Gong, B.-H. & Sickles, R., 1992. Finite sample evidence on the performance of stochastic frontiers and data envelopment analysis using panel data. *Journal of Econometrics*, 51(1), pp. 259-284.

Green, C., Murinde, V. & Nikolov, I., 2004. The Efficiency of Foreign and Domestic Banks in Central and Eastern Europe: Evidence on Economies of Scale and Scope. *Journal of Emerging Market Finance*, 3(2), pp. 175-205.

Greene, W., 2010. A stochastic frontier model with correction for sample selection. *Journal of Productivity Analysis*, 34(1), pp. 15-24.

Greene, W. H., 1980. Maximum likelihood estimation of econometric frontier functions. *Journal of Econometrics*, 13(1), pp. 27-56.

- Greene, W. H., 1990. A Gamma-Distributed Stochastic Frontier Model. *Journal of Econometrics*, 46(1-2), pp. 141-163.
- Greene, W. H., 2003. Simulated Likelihood Estimation of the Normal-Gamma Stochastic Frontier Function. *Journal of Productivity Analysis*, 19(2), pp. 179-190.
- Greene, W. H., 2004a. The behaviour of the maximum likelihood estimator of limited dependent variable models in the presence of fixed effects. *The Econometrics Journal*, 7(1), pp. 98-119.
- Greene, W. H., 2004b. Convenient estimators for the panel probit model: Further results. *Empirical economics*, 29(1), pp. 21-47.
- Greene, W. H., 2004c. Distinguishing Between Heterogeneity and Inefficiency: Stochastic Frontier Analysis of the World Health Organization's Panel Data on National Health Care Systems. *Health economics*, 13(10), pp. 959-980.
- Greene, W. H., 2005a. Fixed and Random Effects in Stochastic Frontier Models. *Journal of Productivity Analysis*, 23(1), pp. 7-32.
- Greene, W. H., 2005b. Reconsidering heterogeneity in panel data estimators of the stochastic frontier model. *Journal of Econometric*, 126(2), pp. 269-303.
- Greene, W. H., 2008a. chapter 2: The econometric approach to efficiency analysis. In: H. O. Fried, C. A. Knox Lowell & S. S. Schmidt, eds. *The measurement of efficiency*. s.l.:Oxford University Press, pp. 92-250.
- Greene, W. H., 2008b. *Econometric Analysis*, 6th ed. New Jersey: Pearson Prentice Hall.
- Greene, W. H. & Segal, D., 2004. Profitability and Efficiency in the U.S. Life Insurance Industry. *Journal of Productivity Analysis*, 21(3), pp. 229-247.
- Grigorian, D. A. & Manole, V., 2006. Determinants of Commercial Bank Performance in Transition: An Application of Data Envelopment Analysis. *Comparative Economic Studies*, 48(3), pp. 497-522.
- Hadri, K., Guermat, C. & Whittaker, J., 2003. Estimating Farm Efficiency in the Presence of Double Heteroscedasticity Using Panel Data. *Journal of Applied Economics*, Volume 6, pp. 255-268.
- Hancock, D., 1985. The Financial Firm: Production with Monetary and Nonmonetary Goods. *Journal of Political Economy*, 93(5), pp. 859-880.
- Hasan, I. & Hunter, W., 1996. Management efficiency in minority- and women-owned banks. *Federal Reserve Bank of Chicago, Economic Perspectives*, pp. 20-28.
- Hasan, I. & Marton, K., 2003. Development and efficiency of the banking sector in a transitional economy: Hungarian experience. *Journal of banking and finance*, 27(12), pp. 2249-2271.

- Havrylchyk, O., 2006. Efficiency of the Polish banking industry: Foreign versus Domestic Banks. *Journal of Banking and Finance*, 30(7), pp. 1975-1996.
- Hermalin, B. & Wallace, N., 1994. The Determinants of Efficiency and Solvency in Savings and Loans. *RAND Journal of Economics*, 25(3), pp. 361-381.
- Heshmati, A. & Kumbhakar, S., 1994. Farm Heterogeneity and Technical Efficiency: Some Results from Swedish Dairy Farms. *Journal of Productivity Analysis*, Volume 5, pp. 45-61.
- Hsiao, C., 2006. Panel Data Analysis – Advantages and Challenges. *IEPR Working Papers 06-49*, 10 May.
- Huang, T.-H., Shen, C.-H., Chen, K.-C. & Tseng, S.-J., 2011. Measuring technical and allocative efficiencies for banks in the transition countries using the Fourier flexible cost function. *Journal of Productivity Analysis*, 35(2), pp. 143-157.
- Hughes, J., Lang, W., Mester, L. & Moon, C.-G., 1999. The Dollars and Sense of Bank Consolidation. *Journal of banking & finance*, 23(2-4), pp. 291-324.
- Hughes, J. P. & Mester, L. J., 1992. A Quality and Risk-Adjusted Cost Function for Banks: Evidence on the "Too-Big-To-Fail" Doctrine. *Rodney L. White Center for Financial Research Working Paper 25-92.*
- Hughes, J. P. & Mester, L. J., 2008. Efficiency in Banking: Theory, Practice, and Evidence. *Federal Reserve Bank of Philadelphia Working Paper 08-1.*, January.
- Iršova, Z., 2010. Bank Efficiency in Transitional Countries: Sensitivity to stochastic frontier design. *William Davidson Institute Academic Working Paper Series, Number 998.*
- Isik, I. & Hassan, K., 2002. Cost and profit efficiency of the Turkish banking industry: An empirical investigation. *The financial review*, 37(2), pp. 257-280.
- Ivaldi, M., Ladoux, N., Ossard, H. & Simioni, M., 1996. Comparing Fourier and translog specification of multiproduct technology: Evidence from an incomplete panel of french farmers. *Journal of applied econometrics*, 11(6), pp. 649-667.
- Jemric, I. & Vujcic, B., 2002. Efficiency of Banks in Croatia: A DEA Approach. *Comparative Economic Studies*, 44(2-3), pp. 169-193.
- Jondrow, J., Knox Lowell, C. A., Materov, I. S. & Schmidt, P., 1982. On the estimation of technical inefficiency in the stochastic frontier production function model. *Journal of econometrics*, 19(2-3), pp. 233-238.
- Kalirajan, K., 1981. An econometric analysis of yield variability in paddy production. *Canadian Journal of Agricultural Economics*, 29(3), pp. 283-294.

- Karagiannis, G. & Tzouvelekas, V., 2009. Parametric Measurement of Time-Varying Technical Inefficiency: Results from Competing Models. *AGRICULTURAL ECO+OMICS REVIEW*, 10(1), pp. 50-79.
- Karas, A., Pyle, W. & Schoors, K., 2006. *Sophisticated discipline in a nascent deposit market: Evidence from post-communist Russia*. [Online]
Available at:
http://www.suomenpankki.fi/bofit_en/tutkimus/tutkimusjulkaisut/dp/Pages/dp1306.aspx
[Accessed 11 December 2013].
- Karas, A., Schoors, K. & Weill, L., 2008. *Are private banks more efficient than public banks? Evidence from Russia*. [Online]
Available at:
http://www.suomenpankki.fi/bofit_en/tutkimus/tutkimusjulkaisut/dp/Pages/dp0308.aspx
[Accessed January 20 2014].
- Karim, M. Z. A., Chan, S.-G. & Hassan, S., 2010. Bank Efficiency and Non-Performing Loans: Evidence from Malaysia and Singapore. *Prague Economic Papers*, pp. 118-132.
- Kauko, K., 2009. Managers and efficiency in banking. *Journal of Banking & Finance*, 33(3), pp. 546-556.
- Klacek, J. & Vošvrda, M., 2007. KLE Translog production function and total factor productivity. *Czech Statistical Office, Statistika: Statistics and Economy Journal*, Volume 4, pp. 261-274.
- Koetter, M. & Porath, D., 2007. Efficient, profitable and safe banking: an oxymoron? Evidence from a panel VAR approach. *Discussion Paper Series 2: Banking and Financial Studies, Deutsche Bundesbank Research Centre*.
- Kosak, M. & Zoric, J., 2009. Are there any EU Membership-related Efficiency Enhancements in Banking Sectors of the new EU Member States detectable?. In: M. & G. E. Balling, F. & Lierman & J. & Schoder, eds. *Productivity in the Financial Services Sector*. Vienna: SUERF - The European Money and Finance Forum .
- Kraft, E., Hofler, R. & Payne, J., 2006. Privatization, Foreign Bank Entry and Bank Efficiency in Croatia: a Fourier-Flexible Function Stochastic Cost Frontier Analysis. *Applied Economics*, 38(17), pp. 2075-2088.
- Kumbhakar, S., 1990. Production frontiers, panel data and time-varying technical inefficiency. *Journal of econometrics*, 46(1-2), pp. 201-211.
- Kumbhakar, S. C. & Knox Lowell, C. A., 2000. *Stochastic Frontier Analysis*. 1st ed. Cambridge: Cambridge University Press.

- Kumbhakar, S. & Heshmati, A., 1995. Efficiency Measurement in Swedish Dairy Farms 1976–1988 Using Rotating Panel Data. *American journal of agriculture economics*, Volume 77, pp. 660-674.
- Kumbhakar, S. & L. Hjalmarsson, L., 1995. Labor-use efficiency in Swedish social insurance offices. *Journal of Applied Econometrics*, 10(1), pp. 33-47.
- Kumbhakar, S. & Wang, H.-J., 2005. Estimation of growth convergence using a stochastic production frontier approach. *Economics letters*, 88(3), pp. 300-305.
- Lensink, R., Meesters, A. & Naaborg, I., 2008. Bank efficiency and foreign ownership: Do good institutions matter?. *Journal of banking and finance*, 32(5), pp. 834-844.
- Loukoianova, E., 2008. Analysis of the Efficiency and Profitability of the Japanese Banking System. *IMF Working Papers 08/63*, 01 March.
- Matoušek, R. & Taci, A., 2004. Efficiency in Banking: Empirical Evidence from the Czech Republic. *Economic Change and Restructuring*, 37(3), pp. 225-244.
- McAllister, P. & McManus, D., 1993. Resolving the scale efficiency puzzle in banking. *Journal of Banking & Finance*, 17(2-3), pp. 389-405.
- McFadden, D., 1978. Cost, Revenue, and Profit Functions. In: M. Fuss & D. McFadden, eds. *Production Economics: A Dual Approach to Theory and Applications*. Amsterdam: Elsevier North-Holland.
- Meeusen, W. & van den Broeck, J., 1977. Efficiency Estimation from Cobb-Douglas Production Functions with Composed Error. *International Economic Review*, 18(2), pp. 435-444.
- Mester, L. J., 1993. Efficiency in the savings and loan industry. *Journal of banking and finance*, 17(2-3), pp. 267-286.
- Mester, L. J., 1996. A study of bank efficiency taking into account risk-preferences. *Journal of banking and finance*, July, 20(6), pp. 1025-1045.
- Mester, L. J., 2005. Optimal industrial structure in banking. *Federal Reserve Bank of Philadelphia Working Paper 08-2*.
- Myung, I. J., 2003. Tutorial on maximum likelihood estimation. *Journal of Mathematical Psychology*, 47(1), pp. 90-100.
- NBRM, 2011. *Report on the activities of the National Bank of the Republic of Macedonia May 2004 – May 2011*, Skopje: National Bank of Republic of Macedonia.
- Nikiel, E. & Opiela, T., 2002. Customer Type And Bank Efficiency In Poland: Implications For Emerging Market Banking. *Contemporary Economic Policy*, 20(3), pp. 255-271.

Pilyavskyy, A., Matsiv, Y. & Vovchak, O., 2012. *Cost efficiency of ukrainian banks: Does it makes difference?*. Warsaw, Warsaw School of Information Technology & Systems Research Institute.

Pitt, M. & Lee, L.-F., 1981. The measurement and sources of technical inefficiency in the Indonesian weaving industry. *Journal of Development Economics*, 9(1), pp. 43-64.

Podpiera, J. & Pruteanu-Podpiera, A. M., 2008. The Czech transition banking sector instability: the role of operational cost management. *Economic Change and Restructuring*, September, 41(3), pp. 209-219.

Podpiera, J. & Weill, L., 2008. Bad luck or bad management? Emerging banking market experience. *Journal of financial stability*, 4(2), pp. 135-148.

Pruteanu-Podpiera, A., Weill, L. & Schobert, F., 2008. Banking Competition and Efficiency: A Micro-Data Analysis on the Czech Banking Industry. *Comparative Economic Studies*, 50(2), pp. 253-273.

Radić, N., Fiordelisi, F. & Girardone, C., 2012. Efficiency and Risk-Taking in Pre-Crisis Investment Banks. *Journal of Financial Services Research*, 41(1), pp. 81-101.

Ray, S. & Das, A., 2010. Distribution of cost and profit efficiency: Evidence from Indian banking. *European Journal of Operational Research*, 16 February, 201(1), pp. 297-307.

Reifschneider, D. & Stevenson, R., 1991. Systematic Departures from the Frontier: A Framework for the Analysis of Firm Inefficiency. *International Economic Review*, 32(3), pp. 715-723.

Rossi, S., Schwaiger, M. & Winkler, G., 2005. Managerial Behavior and Cost/Profit Efficiency in the Banking Sectors of Central and Eastern European Countries. *Oesterreichische Nationalbank Working Papers series 96*, 4 March.

Saha, A. & Ravisankar, T. S., 2000. Rating of Indian commercial banks: A DEA approach. *European Journal of Operational Research*, July, 124(1), pp. 187-203.

Schmidt, P. & Sickles, R. C., 1984. Production frontiers and panel data. *Journal of business & economic statistics*, 2(4), pp. 367-374.

Sealey, C. W. J. & Lindley, J. T., 1977. Inputs, Outputs, and a Theory of Production and Cost at Depository Financial Institutions. *Journal of Finance*, September, 32(4), pp. 1251-1266.

Simar, L. & Wilson, P. W., 2010. Inferences from Cross-Sectional, Stochastic Frontier Models. *Econometric reviews*, 29(1), pp. 62-98.

Soni, N. & Patel, T., 2014. Economic efficiency and techniques. *International Journal of Scientific and Research Publications*, 4(1).

Staub, R. B., da Silva e Souza, G. & Tabak, B. M., 2010. Evolution of bank efficiency in Brazil: A DEA approach. *European Journal of Operational Research.*, 202(1), pp. 204-213.

Stevenson, R. E., 1980. Likelihood functions for generalized stochastic frontier estimation. *Journal of econometrics*, 13(1), pp. 57-66.

Tabak, B. M., Craveiro, G. L. & Cajueiro, D. O., 2011. *Bank Efficiency and Default in Brazil: Causality Tests*. [Online]
Available at: <http://www.bcb.gov.br/pec/wps/ingl/wps253.pdf>
[Accessed 12 march 2014].

Tecles, P. L. & Tabak, B. M., 2010. Determinants of bank efficiency: The case of Brazil. *European Journal of Operational Research.*, 207(3), pp. 1587-1598.

Thompson, G., 1988. Choice of Flexible Functional Forms: Review and Appraisal. *Western Journal of Agricultural Economics*, 13(2), pp. 169-183.

Waldman, D., 1982. A stationary point for the stochastic frontier likelihood. *Journal of Econometrics*, 18(2), pp. 275-279.

Wang, H.-J., 2002. Heteroscedasticity and non-monotonic efficiency effect model. *Journal of Productivity Analysis*, 18(3), pp. 241-253.

Wang, H.-Y., 2003. A stochastic frontier analysis of financing constraints on investment: the case of financial liberalisation in Taiwan. *Journal of Business and Economic Statistics*, 21(3), pp. 406-419.

Wang, H.-J., 2006. Stochastic frontier models. *MPRA Paper 31079*, 16 March.

Wang, H.-J. & Schmidt, P., 2002. One-step and two-step estimation of the effects of exogenous variables on technical efficiency levels. *Journal of Productivity Analysis*, Volume 18, pp. 129-144.

Weill, L., 2003. Banking efficiency in transition economies: The role of foreign ownership. *EBRD's journal: The Economics of transitions*, September, 11(3), pp. 569-592.

Wheelock, D. & Wilson, P., 1995. Evaluating the efficiency of commercial banks: does our view of what banks do matter?. *Federal Reserve Bank of St. Louis, Review.*, Issue July/August, pp. 39-52.

Wheelock, D. & Wilson, P., 2000. Why do Banks Disappear? The Determinants of U.S. Bank Failures and Acquisitions. *The Review of Economics and Statistics*, 82(1), pp. 127-138.

Yildirim, S. H. & Philippatos, G., 2007. Efficiency of Banks: Recent Evidence from the Transition Economies of Europe, 1993-2000. *The European Journal of Finance*, 13(2), pp. 123-143.

Yildirim, S. H. & Pilippatos, G., 2003. Competition and contestability in Central and Eastern European banking markets. *EconWPA, Finance* , 02 October, 33(3).

Zajc, P., 2006. *A Comparative Study of Bank Efficiency in Central and Eastern Europe: The Role of Foreign Ownership*, s.l.: Emerald Group Publishing Limited,

Прилог I: Функции на дистрибуциите на веројатност на мерката за неефикасност (u_i)

Изборот на конкретна несиметрична дистрибуција на веројатност, за којашто се претпоставува дека ќе ја следи неефикасноста претставува една од главните карактеристики на параметарските техники за добивање на границата на ефикасноста. Проценувањето на мерката за неефикасност всушност е во директна зависност од тоа која дистрибуцијата на веројатност ќе се користи, при што во литературата вообичаено се користат: т.н. полуноормална дистрибуција, експоненцијална дистрибуција, т.н. гама-дистрибуција и т.н. „скратена“ (англ. truncated) нормална дистрибуција. [Графиконот бр. 1](#) го прикажува обликот на овие дистрибуции на веројатност.

Скратената дистрибуција на веројатност го има обликот на следнава функција:

$$g_{tr}(x; \mu, \sigma, a, b) = \frac{\frac{1}{\sigma} \phi\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)}{\Phi\left(\frac{b-\mu}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{a-\mu}{\sigma}\right)}, \quad (I-1)$$

додека кумулативот на оваа функција се добива со:

$$G_{tr} = \frac{\Phi\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{a-\mu}{\sigma}\right)}{\Phi\left(\frac{b-\mu}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{a-\mu}{\sigma}\right)} \quad (I-2)$$

каде што x е случајната варијабла за која се одредува функцијата; μ е просечната вредност на дистрибуцијата, σ е стандардната девијација на дистрибуцијата, a и b се т.н. точки на скратување (англ. truncation points) за кои важи равенството $-\infty \leq a \leq x \leq b \leq +\infty$, $\phi(\cdot)$ е стандардна нормална дистрибуција на веројатност и $\Phi(\cdot)$ е кумулатив на стандардната нормална дистрибуција на веројатност. Скратената дистрибуција на веројатност со параметри $\mu=0$; $\sigma=1$; $a=-\infty$ и $b=+\infty$ се трансформира во стандардна нормална дистрибуција на веројатност, а кога точките на скратување се $a=0$ и $b=+\infty$, добива облик на т.н. полуноормална дистрибуција на веројатност, којашто била претпоставената дистрибуција при првичното поставување на пристапот на стохастичка граница ([Aigner, et al., 1977](#)).

Гама-дистрибуцијата на веројатност добива облик според следната функција:

$$\gamma_r(x; \kappa, \theta) = \frac{x^{\kappa-1} e^{-\frac{x}{\theta}}}{\theta^{\kappa} \Gamma(\kappa)} \quad (I-3)$$

а нејзиниот кумулатив е:

$$G_r = \frac{\gamma\left(\kappa, \frac{x}{\theta}\right)}{\Gamma(\kappa)} \quad (I-4)$$

каде што x е случајната варијабла за која се одредува функцијата и којашто треба да е поголема од нула; κ е параметар за одредување на обликот (англ. shape parameter) за кој важи равенството $\kappa < x$, θ е параметар за одредување на ширината (англ. scale parameter) и треба да е поголем од нула, $\Gamma(\cdot)$ е т.н. гама-функција за κ којашто го има следниов облик $\Gamma(\kappa) = \int_0^{+\infty} y^{\kappa-1} e^{-y} dy$ и $\gamma(\cdot)$ е т.н. долна некомплетна гама-функција којашто го има следниов облик $\gamma\left(\kappa, \frac{x}{\theta}\right) = \int_0^{\frac{x}{\theta}} y^{\kappa-1} e^{-y} dy$. Алтернативен начин за изразување на функцијата на гама-дистрибуцијата е преку инверзна вредност на параметарот за одредување на ширината $\lambda = \frac{1}{\theta}$

$$\gamma_r(x, \kappa, \lambda) = \frac{\lambda^\kappa x^{\kappa-1} e^{-x\lambda}}{\Gamma(\kappa)} \quad (I-5)$$

а нејзиниот кумулатив е:

$$G_r = \frac{\gamma(\kappa, x\lambda)}{\Gamma(\kappa)} \quad (I-6)$$

Експоненцијална дистрибуција на веројатност следи облик на следнава функција:

$$g_e(x; \lambda) = \lambda e^{-\lambda x}; \quad (I-7)$$

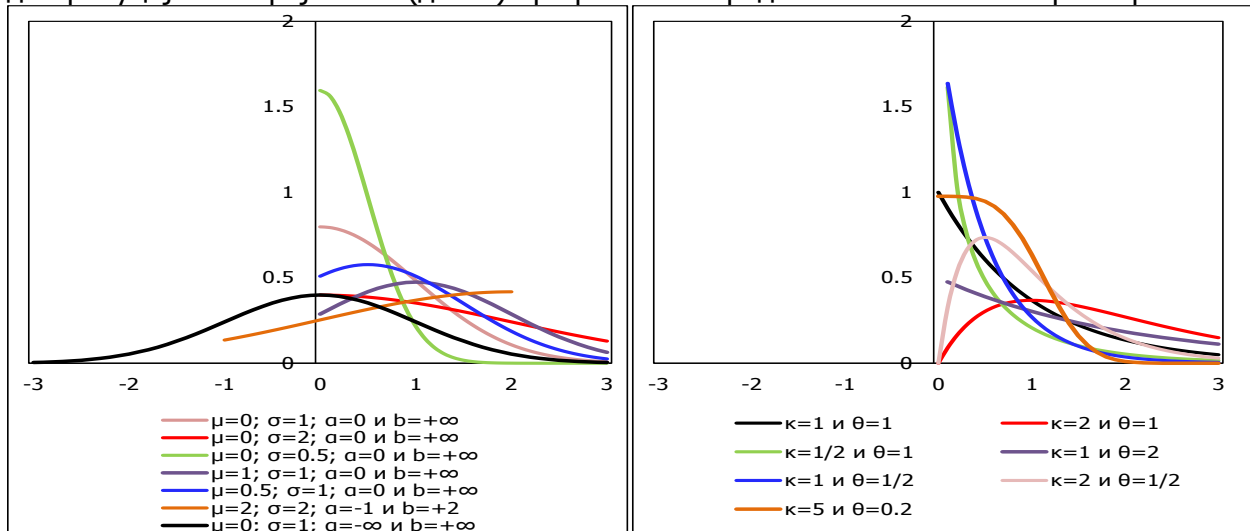
при што кумулативот на оваа дистрибуција е претставен како:

$$G_e = 1 - e^{-\lambda x} \quad (I-8)$$

каде што x е случајната варијабла за која се одредува функцијата и којашто го исполнува условот $x \geq 0$; λ е инверзен параметар на ширина (англ. rate parameter). Гама-дистрибуцијата при вредност на параметрите $\kappa=1$ и $\theta=1$ добива форма на експоненцијална дистрибуција при вредност на $\lambda=1$.

Графикон бр. 1

Облик на функциите на т.н. скратена дистрибуција на веројатност (лево) и на гама дистрибуција на веројатност (десно) при различни вредности на нивните параметри



конструкција на авторите

Во случај да се работи со податоци во форма на панел, може да се релаксира претпоставката за изборот на дистрибуцијата на веројатност што ја следи неефикасноста, но под услов параметрите на границата на ефикасноста да се определат со некоја од стандардните економетриски техники за анализа на панел податоци, на пример методот на фиксни ефекти. Но, претпоставката за дистрибуцијата на веројатност што ќе ја следи неефикасноста е потребна доколку се користи најчесто применуваниот метод за определување на параметрите во границата на ефикасност – методот МЛЕ, опишан во [прилог II](#). Во овој труд, согласно со карактеристиките на избраните модели - моделот на [Battese и Coelli од 1988](#) година и на [Battese и Coelli од 1992](#) година, се претпоставува дека неефикасноста следи т.н. скратена нормална дистрибуција.

Прилог II: Примена на методот МЛЕ за определување на параметрите од границата на ефикасност

Не постои единствен начин за примена на методот МЛЕ (англ. Maximum Likelihood Estimation) при определувањето на стохастичката граница на ефикасност, бидејќи неговата примена е различна во зависност од избраната дистрибуција на веројатност на неефикасноста и од тоа дали се работи со податоци во форма на т.н. крос - секции или во форма на панел. Примената на методот МЛЕ подразбира најпрво определување на т.н. „лог-лајклихуд“ (англ. log – likelihood) функција:

$$L(\theta|\varepsilon_i) = p(\varepsilon_i|\theta) = \sum_{i=1}^n \log f_e(\varepsilon_i|\theta_i). \quad (\text{II-1})$$

Параметрите што го сочинуваат векторот θ , по правило се коефициентите во функцијата на границата на ефикасност (β), варијансата на сложената случајна грешка (σ^2), додека последниот параметар е вештачки конструиран сооднос, којшто може да се изрази како $\lambda = \frac{\sigma_u}{\sigma_v}$ (Aigner, et al., 1977), или како $\gamma = \frac{\sigma_u^2}{\sigma^2}$ (Battese & Corra, 1977). Разликата е во тоа што λ може да биде позитивен реален број, додека γ може да биде во интервал од 0 до 1, па оттука ја олеснува примената на овој метод. Меѓу λ и γ важи равенството $\lambda^2 = \frac{\gamma}{1-\gamma}$ (Coelli, 1995), (Simar & Wilson, 2010).

За изведувањето на конкретната „лог-лајклихуд“ (англ. log – likelihood) функцијата неопходно е да се определи дистрибуцијата на веројатност на сложената статистичка грешка $f_\varepsilon(\varepsilon_i)$. Општото равенство преку коешто се добива $f_\varepsilon(\varepsilon_i)$, се добива преку интегрирање на u од заедничката дистрибуција на веројатност на составните компоненти на сложената случајна грешка - неефикасноста (u) и чистата случајна грешка - $f_{uv}(u, v)$ (Battese & Corra, 1977), (Greene, 2003), (Belotti, et al., 2012):

$$f_\varepsilon(\varepsilon_i) = \int_0^{+\infty} f_{uv}(u_i, v_i) du_i = \int_0^{+\infty} f_u(u_i) f_v(\varepsilon_i \mp u_i) du_i \quad (\text{II-2})$$

каде што, со оглед на равенството (II-2), знакот (-) се користи при определувањето на трошочната граница на ефикасноста, а знакот (+) при профитната, производната или приходната граница на ефикасност.

Врз основа на претпоставката за независност меѓу неефикасноста (u) и чистата случајна грешка (v) може да се добие нивната заедничка дистрибуција како производ од нивните поединечни дистрибуции на веројатност:

$$f_{uv}(u, v) = f(u) * f(v) \quad (\text{II-3})$$

Од равенките (II-2) и (II-3), очигледно е дека функцијата на заедничката дистрибуција на веројатност $f_{uv}(u, v)$ се разликува во зависност од претпоставката за дистрибуцијата на веројатност што ја следи неефикасноста $f(u)$ а следствено и „лог-лајклихуд“ (англ. log – likelihood) функцијата добива посебна форма и различна параметризација, во зависност од претпоставената дистрибуција на веројатност на сложената случајна грешка и на неефикасноста.

Така, ако се претпостави дека неефикасноста следи полуноормална дистрибуција на веројатност $u_i \sim N^+(0, \sigma_u^2)$ и дека податоците се во форма на крос-секции, тогаш заедничката дистрибуција на веројатноста на неефикасноста $f_{uv}(u, v)$ и чистата случајна грешка (v), ќе го има следниов облик (Jondrow, et al., 1982):

$$f_{uv}(u, v) = \frac{1}{\pi\sigma_u\sigma_v} \exp\left(\frac{-1}{2\sigma_u^2}u^2 + \frac{-1}{2\sigma_v^2}v^2\right) \quad (\text{II-4})$$

Дистрибуцијата на веројатноста на сложената случајна грешка $f_\varepsilon(\varepsilon_i)$, при користење на параметарот $\lambda = \frac{\sigma_u}{\sigma_v}$, ќе го има следниов облик (Stevenson, 1980), (Behr & Tente, 2008):

$$f_\varepsilon(\varepsilon_i) = \frac{2}{\sigma} \Phi\left(\frac{\varepsilon}{\sigma}\right) \left[1 - \Phi\left(\frac{\varepsilon\lambda}{\sigma}\right)\right] \quad (\text{II-5})$$

или ако се користи $\gamma = \frac{\sigma_u^2}{\sigma^2}$ (Battese & Corra, 1977), (Simar & Wilson, 2010):

$$f_\varepsilon(\varepsilon_i) = \left(\frac{1}{\sigma\sqrt{\frac{\pi}{2}}}\right) \left[1 - \Phi\left(\frac{\varepsilon}{\sigma}\sqrt{\frac{\gamma}{1-\gamma}}\right)\right] \exp\left(-\frac{\varepsilon^2}{2\sigma^2}\right) \quad (\text{II-6})$$

кадешто, $\Phi(\bullet)$ е стандардна нормална дистрибуција на веројатност и $\Phi(\bullet)$ е кумулатив на стандардната нормална дистрибуција на веројатност.

Просечната вредност $\widehat{f_\varepsilon(\varepsilon_i)}$ и варијансата $Var[f_\varepsilon(\varepsilon_i)]$ на дистрибуцијата на веројатност на сложената случајна грешка $f_\varepsilon(\varepsilon_i)$ е претставена со (Aigner, et al., 1977), (Battese & Corra, 1977):

$$\widehat{f_\varepsilon(\varepsilon_i)} = E(v \pm u) = E(\pm u) = \pm \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sigma_u \quad (\text{II-7})$$

$$Var[f_\varepsilon(\varepsilon_i)] = \sigma_\varepsilon^2 = Var(u_i) + Var(v_i) = \left(\frac{\pi-2}{\pi}\right) \sigma_u^2 + \sigma_v^2 \quad (\text{II-8})$$

кадешто, со оглед на тоа дека $v_i \sim N(0, \sigma_v^2)$, знакот (+) во равенството (II-7) се користи при определувањето на трошочната граница на ефикасноста, а знакот (-) при профитната, производната или приходната граница на ефикасноста. Од равенството (II-8) е очигледно дека $Var(u) \neq \sigma_u^2$, односно дека $Var(u) = \sigma_u^2 \left(\frac{\pi-2}{\pi}\right)$, додека $\sigma^2 = \sigma_u^2 + \sigma_v^2$ е само пресметковен израз што се користи за репараметаризација на равенките.

Т.н. „Лог-лајклихуд“ функцијата, при претпоставена полуноормална дистрибуција на веројатност за неефикасноста, доколку се користи $\lambda = \frac{\sigma_u}{\sigma_v}$ како параметар во Θ , ќе гласи (Aigner, et al., 1977), (Behr & Tente, 2008):

$$L(\varepsilon|\beta, \sigma^2, \lambda) = N \ln \sqrt{\frac{2}{\pi}} + N \ln \sigma^{-1} + \sum_{i=1}^N \ln[1 - \Phi(\varepsilon_i \lambda \sigma^{-1})] - \frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^N \varepsilon_i^2 \quad (\text{II-9})$$

Ако се користи $\gamma = \frac{\sigma_u^2}{\sigma^2}$ наместо λ како параметар во Θ , тогаш (Battese & Corra, 1977), (Coelli, 1993), (Simar & Wilson, 2010):

$$L(\varepsilon|\beta, \sigma^2, \gamma) = -\left(\frac{N}{2}\right) \ln\left(\frac{\pi}{2}\right) - \left(\frac{N}{2}\right) \ln \sigma^2 + \sum_{i=1}^N \ln\left[1 - \Phi\left(\frac{\varepsilon_i}{\sigma} \sqrt{\frac{\gamma}{1-\gamma}}\right)\right] - \frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^N (\varepsilon_i)^2 \quad (\text{II-10})$$

Доколку се претпостави дека неефикасноста следи експоненцијална дистрибуција на веројатност $u \sim \text{Exp}(\theta)$, $\theta = \sigma_u^{-1}$, при работа со податоци во форма на крос-секции, заедничката дистрибуција на веројатноста на неефикасноста и на чистата случајна грешка ќе биде (Behr & Tente, 2008):

$$f_{uv}(u, v) = f(u) * f(v) = \frac{1}{\pi\sigma_u\sigma_v} \exp\left(\frac{-u}{\sigma_u} + \frac{-v^2}{2\sigma_v^2}\right) \quad (\text{II-11})$$

Дистрибуцијата на сложената случајна грешка $f_\varepsilon(\varepsilon_i)$ во овој случај ќе го има следниов облик (Behr & Tente, 2008):

$$f_{\varepsilon}(\varepsilon_i) = \frac{1}{\sigma_u} \Phi\left(-\frac{\varepsilon}{\sigma_v} - \frac{\sigma_v}{\sigma_u}\right) \exp\left(\frac{\varepsilon}{\sigma_u} + \frac{\sigma_v^2}{2\sigma_u^2}\right) \quad (\text{II-12})$$

со просечна вредност и варијанса, претставени со:

$$\overline{f_{\varepsilon}(\varepsilon_i)} = E(v \pm u) = E(\pm u) = \pm \sigma_u \quad (\text{II-13})$$

$$\text{Var}[f_{\varepsilon}(\varepsilon_i)] = \sigma_{\varepsilon}^2 = \text{Var}(u_i) + \text{Var}(v_i) = \sigma_u^2 + \sigma_v^2 \quad (\text{II-14})$$

каде што, знакот (+) во равенството (II-13) се користи при определувањето на трошочната граница на ефикасноста, а знакот (-) при профитната, производната или приходната граница на ефикасност.

Т.н. „Лог-лајклихуд“ функцијата кога неефикасноста следи експоненцијална дистрибуција на веројатноста, е дадена со (Behr & Tente, 2008):

$$L(\varepsilon|\beta, \lambda, \sigma^2) = -N \left(\ln \sigma_u + \frac{\sigma_v^2}{2\sigma_u^2} \right) + \sum_{i=1}^N \ln \Phi\left(\frac{-\varepsilon_i}{\sigma_v} - \lambda^{-1}\right) + \sum_{i=1}^N \frac{\varepsilon_i}{\sigma_u} \quad (\text{II-15})$$

При претпоставка за скратена нормална дистрибуција на веројатност на неефикасноста $u_i \sim N^+(\mu_u, \sigma_u^2, 0, +\infty)$, заедничката дистрибуција на веројатност на неефикасноста и на чистата случајна грешка е претставена како (Stevenson, 1980):

$$f_{uv}(u, v) = f(u) * f(v) = \frac{1}{1 - \Phi\left(\frac{-\mu_u}{\sigma_u}\right)} \frac{1}{2\pi\sigma_v\sigma_u} \exp\left[-\frac{v^2}{2\sigma_v^2} - \frac{(u-\mu_u)^2}{2\sigma_u^2}\right] \quad (\text{II-16})$$

додека, дистрибуцијата на веројатноста на сложената случајна грешка $f_{\varepsilon}(\varepsilon_i)$ ќе го има следниов облик (Stevenson, 1980):

$$f_{\varepsilon}(\varepsilon_i) = \sigma^{-1} \phi\left(\frac{\varepsilon - \mu_u}{\sigma}\right) \left[1 - \Phi\left(-\frac{\mu_u}{\sigma\lambda} - \frac{\varepsilon\lambda}{\sigma}\right)\right] \left[1 - \Phi\left(-\frac{\mu_u}{\sigma_u}\right)\right]^{-1} \quad (\text{II-17})$$

со просечна вредност и варијанса, претставени со:

$$\overline{f_{\varepsilon}(\varepsilon_i)} = E(\pm u) = \pm \left\{ \frac{\mu a}{2} + \frac{\sigma_u a}{\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\mu}{\sigma_u}\right)^2\right] \right\} \quad (\text{II-18})$$

$$\text{Var}[f_{\varepsilon}(\varepsilon_i)] = \sigma_{\varepsilon}^2 = \text{Var}(u_i) + \text{Var}(v_i) = \mu^2 \frac{a}{2} \left(1 - \frac{a}{2}\right) + \sigma_u^2 \frac{a}{2} \left(\frac{\pi-a}{\pi}\right) + \sigma_v^2 \quad (\text{II-19})$$

при што $a = \frac{1}{1 - \Phi\left(-\frac{\mu}{\sigma_u}\right)}$.

Т.н. „Лог-лајклихуд“ функцијата при оваа претпоставена дистрибуција ја добива следнава форма (Stevenson, 1980):

$$L(\varepsilon|\beta, \lambda, \sigma^2, \mu) = -\frac{N}{2} \ln \frac{\pi}{2} - N \ln \sigma - N \Phi\left(-\frac{\mu}{\lambda\sigma}\right) + \sum_{i=1}^N \ln \Phi\left(\frac{-\mu\lambda^{-1} - \varepsilon_i\lambda}{\sigma}\right) - \frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^N (\varepsilon - \mu)^2 \quad (\text{II-20})$$

Кога се претпоставува дека неефикасноста следи има гама дистрибуција $u_i \sim \Gamma(\kappa, \theta)$ на веројатност, заедничката дистрибуција на веројатноста на неефикасноста и на чистата случајна грешка ќе биде (Stevenson, 1980), (Greene, 1980), (Greene, 1990):

$$f_{uv}(u, v) = f(u) * f(v) = \frac{\lambda^{\kappa} u^{\kappa-1}}{\Gamma(\kappa)} * \frac{1}{\sigma_v \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{v^2}{2\sigma_v^2} - u\lambda\right] \quad (\text{II-21})$$

Дистрибуцијата на веројатноста на сложената случајна грешка $f_{\varepsilon}(\varepsilon_i)$ во случај на претпоставена гама дистрибуција на веројатност на неефикасноста, ќе го има следниов облик (Stevenson, 1980), (Greene, 1990):

$$f_{\varepsilon}(\varepsilon_i) = \frac{\lambda^{\kappa} \sigma_v^{\kappa-1}}{\Gamma(\kappa)\sqrt{2\pi}} e^{\lambda\varepsilon - \frac{\lambda^2\sigma_v^2}{2}} \int_w^{\infty} (t-w)^{\kappa-1} e^{-\frac{t^2}{2}} dt \quad (\text{II-22})$$

каде што,

$$w = \pm \theta \sigma_v - \frac{\varepsilon}{\sigma_v} \quad (\text{II-23})$$

при што, знакот (-) во равенствата (II-22) и (II-23) се користи при определувањето на трошочната граница на ефикасноста, а знакот (+) при профитната, производната или приходната граница на ефикасност.

Просечна вредност и варијансата на заедничката дистрибуција на веројатноста на сложената случајна грешка $f_\varepsilon(\varepsilon_i)$, се претставени со (Stevenson, 1980), (Greene, 1990):

$$\widehat{f_\varepsilon(\varepsilon_i)} = E(\pm u) = \pm \frac{\kappa}{\lambda} \quad (\text{II-24})$$

$$\text{Var}[f_\varepsilon(\varepsilon_i)] = \sigma_\varepsilon^2 = \text{Var}(u_i) + \text{Var}(v_i) = \frac{\kappa}{\lambda^2} + \sigma_v^2 \quad (\text{II-25})$$

со тоа што, знакот (+) во равенството (II-24) се користи при определувањето на трошочната граница на ефикасноста, а знакот (-) при профитната, производната или приходната граница на ефикасност.

Т.н. „Лог-лајклихуд“ функцијата при претпоставена гама дистрибуција на неефикасноста, ја добива следнава форма (Greene, 1990):

$$L(\varepsilon|\beta, \lambda, \sigma^2, \kappa, \lambda) = \kappa \ln \lambda - \ln \Gamma(\kappa) + \frac{\sigma^2 \lambda^2}{2} + \lambda \varepsilon + \ln \int_0^\infty \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \frac{u^{\kappa-1}}{e^{\frac{(u+\varepsilon+\lambda\sigma^2)^2}{2\sigma^2}}} du \quad (\text{II-26})$$

при што, знакот (-) во равенството (45) се користи при определувањето на трошочната граница на ефикасноста, а знакот (+) при профитната, производната или приходната граница на ефикасност.

При работа со податоци во форма на панел, заедничката дистрибуција на веројатност на неефикасноста и на чистата случајна грешка е претставена како (Battese & Coelli, 1992):

$$f_{uv}(u, v) = \frac{2\pi^{-\frac{(T_i+1)}{2}} \sigma_v^{-T_i} [1 - \Phi(\frac{-\mu u}{\sigma_u})]^{-1}}{\sigma_u * e^{\frac{[(u_i - \mu u)^2 + \sum_{t=1}^T v_{it}^2]}{2}}} \quad (\text{II-27})$$

додека, дистрибуцијата на веројатноста на сложената случајна грешка $f_\varepsilon(\varepsilon_i)$ ќе биде (Battese & Coelli, 1992):

$$f_\varepsilon(\varepsilon_i) = \frac{[1 - \Phi(\frac{-\mu_i^*}{\sigma_i^*})] e^{-\frac{[\sum_{t=1}^T \varepsilon_{it} + (\frac{\mu u}{\sigma_u})^2 - (\frac{\mu_i^*}{\sigma_i^*})^2]}{2}}}{(2\pi)^{\frac{T_i}{2}} \sigma_v^{(T_i-1)} \sqrt{(\sigma_v^2 + \sum_{t=1}^T \tau_{it} \sigma_u^2) [1 - \Phi(\frac{-\mu}{\sigma_u})]}} \quad (\text{II-28})$$

каде што:

$$\mu_i^* \equiv \frac{\mu \sigma_v^2 - \sum_{t=1}^T \tau_{it} \varepsilon_{it} \sigma_u^2}{\sigma_v^2 + \sum_{t=1}^T \tau_{it} \sigma_u^2} \quad (\text{II-29})$$

и

$$\sigma_i^{*2} \equiv \frac{\sigma_v^2 \sigma_u^2}{\sigma_v^2 + \sum_{t=1}^T \tau_{it} \sigma_u^2} \quad (\text{II-30})$$

Т.н. „Лог-лајклихуд“ функцијата при работа со податоци во форма на панел, ја добива следнава форма (Battese & Coelli, 1992):

$$L(y|\beta, \sigma^2, \gamma, \mu_u, \eta) = -\frac{1}{2} \left(\sum_{i=1}^N T_i \right) (\ln 2\pi + \ln \sigma^2) - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N (T_i - 1) \ln(1 - \gamma) - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \ln \left[1 + \gamma \left(\sum_{t=1}^{T_i} \tau_{it} - 1 \right) \right] - N \ln [1 - \Phi(-\tilde{z})]$$

$$-\frac{1}{2}N\bar{z}^2 + \sum_{i=1}^N \ln[1 - \Phi(-z_i^{*2})] + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N z_i^{*2} - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^{T_i} \frac{(y_{it} - \beta X_{it})^2}{\sigma^2(1-\gamma)} \quad (\text{II -31})$$

каде што:

$$\sigma^2 = \sigma_u^2 + \sigma_v^2; \quad \gamma = \frac{\sigma_u^2}{\sigma^2}; \quad \tau_{it} = e^{-\eta(t-T_i)}; \quad \bar{z} = \frac{\mu}{\sqrt{\gamma\sigma^2}} \text{ и } z_i^* = \frac{\mu(1-\gamma) \pm \gamma \sum_{t=1}^{T_i} \tau_{it}(y_{it} - \beta X_{it})}{\sqrt{\gamma(1-\gamma)\sigma^2[1 + \gamma(\sum_{t=1}^{T_i} \tau_{it}^2 - 1)}} \quad (\text{II -32})$$

Имајќи предвид дека моделот на [Battese и Coelli во 1992](#) година е еден вид генерализација што во себе го вклучува и моделот на [Battese и Coelli од 1988](#) година, при $\eta = 0$ (односно $\tau_{it} = 1$), се добиваат равенствата што се применети при временски непроменлива ефикасност.

По добивањето на т.н. „лог-лајклихуд“ функцијата, со парцијално диференцирање се добиваат изводи од прв ред за секој од параметрите што треба да се проценат и коишто се вклучени во векторот на параметрите $\theta_i = (\beta_0, \beta_i, \sigma^2, \gamma, \lambda)$. Добиените изводи ги дефинираат т.н. „лајклихуд“ (англ. likelihood) равенки:

$$\frac{\partial L(\theta|\varepsilon)}{\partial \beta_i} = 0; \quad \frac{\partial L(\theta|\varepsilon)}{\partial \sigma^2} = 0 \quad \text{и} \quad \frac{\partial L(\theta|\varepsilon)}{\partial \lambda} = 0 \quad (\text{II-33})$$

Ова произлегува од тоа што според дефиницијата за максимум или минимум на континуирана функција што може да се диференцира, нејзините први изводи се анулираат при задоволување на формираните равенства, што е неопходен услов за добивање на векторот на определените параметри.

Вака добиените т.н. „лајклихуд“ (англ. likelihood) равенки создаваат систем на равенки со чиешто решавање се добиваат параметрите што се вклучени во векторот θ ([Myung, 2003](#)). Решавањето на системот равенки е можно со примена на одредена нумеричка метода преку којашто се одредуваат проценетите параметри од границата на ефикасноста ([Aigner, et al., 1977](#)), ([Battese & Corra, 1977](#)), ([Pitt & Lee, 1981](#)). Софтверот „стата“ го користи Њутн-Рафсоновиот метод (англ. Newton-Raphson), којшто го користиме при изработката и на овој труд. Откако ќе се реши системот на равенки, се добиваат карактеристиките (просек и варијанса) на дистрибуција на веројатност на сложената случајната грешка.

Во литературата постојат и алтернативни методи за определување на параметрите од стохастичката границата на ефикасност. Така, кога се работи со еднодимензионални податоци можат да се користат т.н. коригиран метод на најмали квадрати (англ. COLS - Corrected ordinary least squares method) и т.н. модифициран метод на најмали квадрати (англ. MOLS - Modified ordinary least squares method). Во споредба со нив, МЛЕ методот важи како асимптотски попрецизен и оваа негова карактеристика се должи на несиметричната дистрибуција на веројатност што ја следи неефикасноста ([Greene, 1980](#)), ([Myung, 2003](#)). Одредени компаративните истражувања за прецизноста на естимациите при примената на различните методи за определување на параметрите од стохастичката граница на ефикасност покажуваат сличности меѓу нив, но сепак нивните остварувања се подобруваат во зависност од големината на $\gamma = \frac{\sigma_u^2}{\sigma^2}$. Доколку овој сооднос е висок, во тој случај МЛЕ методот е попрецизен, а кога соодносот е низок, приоритет треба да добие т.н. „КОЛС“ (англ. COLS) метод ([Coelli, 1993](#)).

При работа со панел податоци, алтернативите се т.н. метод на најмали квадрати со вештачки варијабли (англ. LSDV - Least square dummy variable method англ.) и т.н. метод на генерализирани најмали квадрати (англ. GLS - Generalized least squares method англ.). Некои од специфичните предности што ги дава конструкцијата на границата на ефикасноста на податоци во форма на панел, можат да се исползуваат само со алтернативните методи на определување, на пример, релаксирањето на претпоставката за некорелираност на објаснувачките варијабли и неефикасноста, како и релаксирањето на претпоставката за одредена дистрибуција на веројатност што би ја следела неефикасноста. Меѓутоа, и за овие методи важи констатацијата дека се помалку прецизни во споредба со методот МЛЕ. Покрај ова, ваквите методи при работа со панел податоци можат да се применат само при голем број на крос-секции во панелот, односно кога $i \rightarrow \infty$, затоа што во такви услови е можна прецизна нормализација и конзистентно раздвојување на β_0 од еднострано дистрибуираната u_{it} (Schmidt & Sickles, 1984). Покрај ова, кај овие методи, сите анализирани единици имаат еднакво влијание врз формата на определената граница на ефикасноста, додека кај т.н. МЛЕ естиматор, најефикасните анализирани единици имаат најголемо влијание врз формата на границата на ефикасноста и следствено, врз мерката за неефикасност (Schmidt & Sickles, 1984), (Coelli, et al., 2005). Заради сето ова, методот МЛЕ е почесто претпочитан во литературата, а го применуваме и во овој труд.

Прилог III: Осврт на естиматорите на мерката за неефикасност

Во литературата се познати два начина за оцена на неефикасноста по одделни опсервации и врз таа основа, се добива просек од нив како мерка за неефикасноста на анализираната популација - Jondrow et al. естиматор на неефикасноста по одделни опсервации и естиматорот на Battese и Coelli. И кај двата естиматори, потребно е да се добие условната дистрибуција на неефикасноста за позната и дадена големина на сложената случајна грешка. За таа цел, се користат оценетите параметри добиени со примената на методот МЛЕ, како и претпоставените дистрибуции на веројатност што ги следат нејзините компоненти – неефикасноста и чистата случајна грешка.

Функцијата на условната дистрибуција на веројатност на неефикасноста за дадена сложената случајна грешка $[f(u|\varepsilon)]$ се добива како сооднос на функцијата на заедничката дистрибуција на веројатност на неефикасноста и чистата случајна грешка $[f_{uv}(u, v)]$ и на функцијата на дистрибуцијата на веројатноста на сложената случајна грешка $[f_\varepsilon(\varepsilon_i)]$. Оттука, $f(u|\varepsilon)$ ќе се разликува во зависност од претпоставката на дистрибуцијата на веројатност што се претпоставува за неефикасноста. Така, кога се претпоставува дека неефикасноста следи полунормална дистрибуција на веројатност, тогаш важи [\(Jondrow, et al., 1982\)](#):

$$f(u|\varepsilon) = \frac{f_{uv}(u,v)}{f_\varepsilon(\varepsilon)} = \frac{\sigma}{\sigma_u \sigma_v \sqrt{2\pi}} \frac{1}{[1 - \Phi(\frac{\varepsilon \sigma_u}{\sigma \sigma_v})]} e^{\left(\frac{-u\sigma^2}{2\sigma_u^2 \sigma_v^2} - \frac{u\varepsilon}{\sigma_v^2} - \frac{\varepsilon^2 \sigma_u^2}{2\sigma^2 \sigma_v^2}\right)} \quad (\text{III-1})$$

при претпоставка за експоненцијална дистрибуција на веројатност на неефикасноста важи:

$$f(u|\varepsilon) = \frac{f_{uv}(u,v)}{f_\varepsilon(\varepsilon)} = \frac{1}{\pi \sigma_v \Phi\left(-\frac{\varepsilon \sigma_v}{\sigma_u}\right)} * e^{\left[\frac{-u-\varepsilon}{\sigma_u} - \frac{v^2}{2\sigma_v^2} - \frac{\sigma_v^2}{2\sigma_u^2}\right]} \quad (\text{III-2})$$

за скратена нормална дистрибуција на веројатност на неефикасноста:

$$f(u|\varepsilon) = \frac{f_{uv}(u,v)}{f_\varepsilon(\varepsilon)} = \frac{\sigma}{\sigma_u \sigma_v \sqrt{2\pi}} * \frac{\exp\left[\frac{-v^2}{2\sigma_v^2} - \frac{(u-\mu_u)^2}{2\sigma_u^2} - \frac{(\varepsilon-\mu_\varepsilon)^2}{2\sigma^2}\right]}{1 - \Phi\left(-\frac{\mu_u}{\sigma \lambda} - \frac{\varepsilon \lambda}{\sigma}\right)} \quad (\text{III-3})$$

и при претпоставка за гама-дистрибуција на веројатност за неефикасноста:

$$f(u|\varepsilon) = \frac{f_{uv}(u,v)}{f_\varepsilon(\varepsilon)} = \frac{u^{\kappa-1}}{\sigma_v^\kappa} * \frac{1}{\int_w^\infty (t-w)^{\kappa-1} e^{-\frac{t^2}{2}} dt} * e^{\left[\frac{-v^2}{2\sigma_v^2} - u\lambda - \lambda\varepsilon \pm \frac{\lambda^2 \sigma_v^2}{2}\right]} \quad (\text{III-4})$$

Со оглед на промените на $f(u|\varepsilon)$ во зависност од претпоставената дистрибуција на веројатност на неефикасноста и $(E(u|\varepsilon))$ се менува на сличен начин. Во основа, просечната вредност на условната дистрибуција на неефикасноста за дадена сложената случајна грешка е претставена со [\(Jondrow, et al., 1982\)](#):

$$E(u|\varepsilon) = \mu_* + \sigma_* \frac{f\left(\frac{-\mu_*}{\sigma_*}\right)}{[1 - \Phi\left(\frac{-\mu_*}{\sigma_*}\right)]} \quad (\text{III-5})$$

при што μ_* и σ_* се непознати големини и се различно дефинирани во зависност од претпоставената дистрибуција што ја следи неефикасноста. Тие се добиваат со користење на проценките добиени од методот МЛЕ. Всушност, токму поради тоа, станува збор за добивање проценети неефикасности по одделни опсервации. При претпоставена

полунормална дистрибуција на неефикасноста важи: $\mu_* = \frac{\pm \varepsilon \sigma_u^2}{\sigma^2}$ и $\sigma_* = \frac{\sigma_u \sigma_v}{\sigma}$; при експоненцијална дистрибуција на неефикасноста: $\mu_* = \pm \varepsilon - \frac{\sigma_v^2}{\sigma_u}$ и $\sigma_* = \sigma_v$ и при скратена нормална дистрибуција на неефикасноста: $\mu_* = \frac{\pm \varepsilon \sigma_u^2 + \mu \sigma_v^2}{\sigma^2}$ и $\sigma_* = \frac{\sigma_u \sigma_v}{\sigma}$, со тоа што знакот (+) се користи кај трошочната ефикасност, додека знакот (-) при производна, профитна и приходна ефикасност. При претпоставена гама-дистрибуција на веројатност за неефикасноста важи $E(u|\varepsilon) = \int_0^\infty u f(u|\varepsilon) du$ (Greene, 1990).

Кога се работи со податоци во форма на панел, функцијата на условната дистрибуција на веројатност на неефикасноста за дадена сложена случајна грешка би се добила како (Battese & Coelli, 1992):

$$f(u|\varepsilon) = \frac{e^{-\frac{(u_i - \mu_i^*)^2}{\sigma_i^{*2}}}}{\sigma_i^* \sqrt{2\pi} [1 - \Phi(-\frac{\mu_i^*}{\sigma_i^*})]} \quad (\text{III-6})$$

каде што:

$$\mu_i^* \equiv \frac{\mu \sigma_v^2 - \sum_{t=1}^T \tau_{it} \varepsilon_{it} \sigma_u^2}{\sigma_v^2 + \sum_{t=1}^T \tau_{it} \sigma_u^2} \quad (\text{III-7})$$

и

$$\sigma_i^{*2} \equiv \frac{\sigma_v^2 \sigma_u^2}{\sigma_v^2 + \sum_{t=1}^T \tau_{it} \sigma_u^2} \quad (\text{III-8})$$

За моделот на Battese и Coelli од 1988 година за временски непроменливата ефикасност важи $\tau_{it} = 1$, додека кај моделот на Battese и Coelli од 1992 година за временски променливата ефикасност важи $\tau_{it} \neq 1$.

Проценетата просечна вредност на функцијата на условната дистрибуција на неефикасноста за дадена сложена случајна грешка ($E(u|\varepsilon)$) се користи како естиматор за неефикасноста по одделни опсервации (Jondrow, et al., 1982). Оттука, ($E(u|\varepsilon)$) може да послужи како апроксимација за вредноста на (u_i) во равенството:

$$E f f = e^{\pm u_i} = e^{\pm E(u|\varepsilon)} = \int_0^\infty e^{\pm E(u|\varepsilon)} f(E(u|\varepsilon)) dE(u|\varepsilon) = 2e^{\frac{\mp \sigma_u^2}{2}} [1 - \Phi(\sigma_u)] \quad (\text{III-9})$$

при што знакот (+) пред (u_i) се користи при определување на трошочната ефикасност, а знакот (-) за производната, профитната и приходната ефикасност. Алтернативно, за оцена на неефикасноста по одделните опсервации, може да се користи и модусот на условната дистрибуција на неефикасноста за дадена сложена случајна грешка ($M(u|\varepsilon)$) (Jondrow, et al., 1982), со тоа што во равенството (III-9) неефикасноста ќе биде оценета преку ($M(u|\varepsilon)$).

Кај алтернативниот пристап при оцена на неефикасноста по одделните опсервации на Battese и Coelli во 1988 година, поаѓа од фактот што $E(e^{\pm u}) \neq e^{-E(u)}$, што води кон поинакво изразување на естиматорот на ефикасноста, преку следново равенство:

$$E f f = E(e^{\pm u_i}|\varepsilon) = E(e^{\pm E(u|\varepsilon)}|\varepsilon) = \int_0^\infty e^{\pm u} f(u|\varepsilon) du = \frac{1 - \Phi(\mp \sigma_* - \frac{\mu_*}{\sigma_*})}{1 - \Phi(-\frac{\mu_*}{\sigma_*})} e^{(\pm \mu_* + \frac{\sigma_*^2}{2})} \quad (\text{III-10})$$

со тоа што знакот (+) пред (u_i) се користи при определување на трошочната ефикасност, а знакот (-) за производната, профитната и приходната ефикасност. Се смета дека овој естиматор е оптимален во смисла на минимизирање на просечното квадратно отстапување на грешките.

При работењето со податоци во форма на панел, оцената на неефикасноста по одделни опсервации кај моделот на временски променлива ефикасност на [Battese и Coelli](#) од 1992 година, е определен преку:

$$\text{Eff} = E(e^{\pm\tau_{it}u_i}|\varepsilon) = E(e^{\pm E(u|\varepsilon)}|\varepsilon) = \int_0^{\infty} e^{\pm\tau_{it}u_i} f(u|\varepsilon) du_i = \frac{1 - \Phi(\mp\tau_{it}\sigma_* \frac{\mu_*}{\sigma_*})}{1 - \Phi(-\frac{\mu_*}{\sigma_*})} e^{(\pm\tau_{it}\mu_* + \frac{\tau_{it}^2\sigma_*^2}{2})} \quad (\text{III-11})$$

При $\tau_{it} = 1$ се добива оцената на неефикасноста според моделот на [Battese и Coelli од 1988](#) година за временски непроменливата ефикасност.

Прилог IV: Функционални форми на границата на ефикасност на банките

Општо прифатеното сознание во апликацијата на статистичките техники на реалните економски појави е дека која било функционална спецификација во основа претставува апроксимација на некој непознат процес вграден во даден сет на податоци. Оттука, дадена функција подобро го опишува вистинскиот процес доколку е добро специфицирана, а во спротивно, погрешната спецификација ќе води и до погрешни заклучоци за анализираната појава. Тргувајќи од ова општоприфатено сознание, за оценка на неефикасноста како предуслов се наметнува правилен избор и формулирање на конкретната функционална форма за границата на ефикасноста, при што изборот на функционалната форма секогаш носи со себе и ризик од примена на несоодветен модел (англ. model risk).

Литературата од оваа област покажува дека најсоодветни функции за опишување на границата на ефикасноста на банките се функциите од групата на т.н. флексибилни функции. Флексибилна функционална форма (f) е функција којашто има доволно параметри за да може да претстави приближна арбитражна непрекината функција, од којашто може да се добијат прв и втор извод (f^*), во арбитражна точка (x^*) којашто е во доменот на дефиницијата за f и f^* . Оваа карактеристика на т.н. флексибилни функционални форми се нарекува Диверт (гер. Diewert) флексибилност (Thompson, 1988). Притоа, колку е поголем бројот на параметрите коишто треба да се оценат, толку е поголема флексибилноста на функционалната форма и со неа подобро се опишува вистинскиот процес којшто е во заднина на набљудуваната појава. Поради ова, примената на флексибилните функции овозможува избегнување на некои од ригидните претпоставки на т.н. Коб-Дагласовата функција за перфектна супституција на влезните варијабли или перфектна конкуренција на пазарите за одделните фактори на производство (Klacek & Vošvrda, 2007), притоа преминувајќи од поставеност на линеарна кон поставување на нелинеарна (квadratна) релација меѓу варијаблите. Флексибилните функционални форми не се без ограничувања во нивната примена. Најчесто овие функционални форми носат проблеми поврзани со колинеарност на варијаблите и со неможноста да се задоволат потполно условите за искривеност (конкавност или конвексност) или за монотоност (Thompson, 1988). Во истражувања за банкарската ефикасност, при определувањето на конкретните функции на границата на ефикасноста, најчесто се користат т.н. трансценденталната логаритамска функција или т.н. Фурие-флексибилна функција.

Трансценденталната логаритамска функција, односно транслог функцијата е често користена во литературата за трошочна ефикасност, па оттука претставува и избор за функционално изразување на границата на ефикасност за македонскиот банкарски систем во овој труд. Основата за добивање на оваа функција е проширување и модификација на стандардната Коб-Дагласова функција со користење на т.н. Тејлорова формула за експанзија, преку изразување на варијаблите во форма на природен логаритам, вклучување на квадратни членови за влезните и излезните варијабли, како и преку внесување на вкрстени членови (cross terms англ.), т.е. членови коишто се меѓусебен производ на цените/количините на влезните и излезните варијабли. Функцијата исполнува и услов на симетричност на вкрстените членови, интегриран во самата

спецификација, којшто подразбира важење на равенството за коефициентите $\beta_{km} = \beta_{mk}$ и $\beta_{st} = \beta_{ts} \forall k$ или s . Општата форма на транслог трошочната функција за K влезни варијабли со цена w , L излезни варијабли со количина y и i опсервации, е изразена преку следново равенство:

$$\begin{aligned} \ln(TC_{it}) = & \alpha_{it} + \sum_{k=1}^K \beta_{itk} \ln w_{itk} + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^K \sum_{m=1}^K \beta_{itkm} \ln w_{itk} \ln w_{itm} + \sum_{s=1}^L \beta_{its} \ln w_{y_{its}} \\ & + \frac{1}{2} \sum_{s=1}^L \sum_{p=1}^L \beta_{itsp} \ln y_{itsp} \ln y_{itps} + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^K \sum_{s=1}^L \beta_{itks} \ln w_{itk} \ln y_{its} + u_{it} + v_{it} \end{aligned} \quad (IV-1)$$

Алтернативна функција која што може да се користи е т.н. Фурие-флексибилна функција. Оваа функција претставува хибридна полиномна комбинација на квадратна транслог-функција и на посебни тригонометриски елементи добиени со т.н. Фурие-експанзија, со што се зголемува степенот на флексибилност на функцијата на границата на ефикасност (DeYoung & Hasan, 1998). Главната разлика со транслог-функцијата е во тоа што Фурие-флексибилна функција е генерална апроксимација на однесувањето на трошоците во целиот опсег на анализирани податоци, поради што може да ги задоволи математичките својства на трошочната функција во сите опсервации. Наспроти тоа, транслог-функцијата е локална апроксимација и поради тоа може да не е соодветна за податоци коишто имаат големо отстапување од просечната вредност на варијаблите во функцијата (Berger & De Young, 1997).

За вградување на тригонометриските членови во функцијата, Фурие-флексибилна функција бара лог-варијаблите да бидат претставени во скала од 0 до 2π . Токму поради ова, и така тешките услови за соодветна интерпретација на добиената граница на ефикасност и нејзините коефициенти, стануваат уште понагласени со примена на Фурие-флексибилна функција. Равенството за членовите на т.н. Фуриева експанзија (\bar{G}) на транслог-функција со K влезни варијабли со цена w , L излезни варијабли со количина y и i опсервации, може да ја добие следнава форма (Gallant, 1981), (Berger & Mester, 1997):

$$\begin{aligned} \bar{G} = & \sum_{n=1}^{(K+L)} (\theta_n \cos(x_n) + \gamma_n \sin(x_n)) \\ & + \sum_{n=1}^{(K+L)} \sum_{j=1}^{(K+L)} (\theta_{nj} \cos(x_n + x_j) + \gamma_{nj} \sin(x_n + x_j)) \\ & + \sum_{n=1}^{(K+L)} \sum_{j=1}^{(K+L)} \sum_{l=1}^{(K+L)} (\theta_{njl} \cos(x_n + x_j) + (\theta_{njl} \sin(x_n + x_j + x_l))) \end{aligned} \quad (IV-2)$$

при што, x_n , x_j и x_l се вредностите на y и w претставени на скала од 0 до 2π , додека θ и γ се коефициенти за процена. За да се добие Фурие-флексибилна функција потребно е \bar{G} да се додаде на транслог-функцијата (IV-1).

Одредени студии за ефикасноста укажуваат на предности на Фурие-флексибилна функционална форма во споредба со транслог-функцијата и ја критикуваат транслог-функцијата дека не е доволно прецизна кога се применува на податоци со висок степен

на хетерогеност во поглед на големината и отстапувањето од просечните вредности (McAllister & McManus, 1993), (Ivaldi, et al., 1996). Од друга страна, постојат и студии коишто го застапуваат гледиштето дека не постои релевантна причина за фаворизирање на едната, наспроти другата функционална форма, бидејќи добиените просечни разлики во нивото на ефикасност се без статистичко значење, но и поради сличните мерки за дисперзија и идентичното рангирање на испитуваните единици според (не)ефикасноста (Berger & Mester, 1997).

Прилог V: Примена на пристапот на стохастичката граница на податоци во форма на панел

Примената на пристапот на стохастичка граница на панел податоци се разликува според тоа дали ќе се претпостави влијание на технолошките промени во функција на време, врз оценетата ефикасност на одделните опсервации. Доколку се смета дека неефикасноста на опсервациите е константна во текот на времето, станува збор за т.н. модели на временски непроменлива ефикасност, односно англ. time-invariant модели. Во спротивно, ако се претпостави дека технолошките промени влијаат врз неефикасноста добиваме т.н. модели на временски променлива ефикасност, односно англ. time-varying модели. Оваа претпоставка не е ни малку едноставна, бидејќи должината на временската димензија предизвикува конфликт меѓу целта за поголема прецизност при определувањето и претпоставената временска непроменливост на неефикасноста. Подолгата временската димензија на панел податоците е предуслов за подобра процена на неефикасноста, што не би се менувала во функција на време. Но од друга страна, колку е подолга временската димензија на панелот, толку е попроблематична претпоставката за непроменливост на неефикасноста, бидејќи логично е анализираните единици да „учат“ од минатите искуства и да ја подобруваат ефикасноста со текот на времето (Greene, 2007).

Користењето податоци во форма на панел, во споредба со работењето со податоци во форма на крос-секции, нуди одредени теоретски и специфични предности. Имено, со оглед на дводимензионалноста кај панел податоците, за исти анализирани единици постојат поголем број опсервации, што води кон зголемување на бројот на степените на слобода, а во крајна линија, води кон поголема робустност на резултатите и овозможува подобро определување на параметрите од функцијата на границата. Друга карактеристика на податоците во форма на панел е што при определувањето се земаат предвид варијациите како меѓу анализираните единици (англ. between variations), така и варијациите на податоците во текот на времето кај иста анализирана единица (англ. within variations). Ова овозможува во пософистицираните модели за оценка на ефикасноста да се вгради неефикасноста на анализираните единици што е истрајна во текот на времето (Baltagi, 2005), (Hsiao, 2006). Покрај овие општи предности, примената на пристапот на стохастичка граница на податоци во форма на панел нуди и некои специфични предности (Schmidt & Sickles, 1984). Имено, се подобрува конзистентноста на определувањето на (не)ефикасноста по одделни опсервации, особено со зголемувањето на временската димензија во панел податоците. Со примената на пристапот на стохастичка граница на податоци во форма на панел, се намалува можноста од грешка при изборот на дистрибуција на веројатност што ја следи неефикасноста, од причина што постоењето на неефикасноста може да се докаже не само со постоењето на наклонетост (англ. skewness) во дистрибуцијата на анализираните податоци, туку и со константноста во текот на времето. На крајот, кај панел податоците може да се дозволи корелираност на регресорите и неефикасноста, односно да се релаксира претпоставката за независност на неефикасноста од варијаблите што ја опишуваат конкретната функционалната форма на границата на ефикасноста.

Основната верзија на т.н. временски непроменлива ефикасност при работењето со податоци во форма на панел се добива со додавање на временската димензија (t) =

(1, 2, 3 ... T_i) како индекс на варијаблите во равенствата (5), (6) и (7). Исклучок од ова е неефикасноста, којашто не се менува во функција на време, па за неа важи равенството $u_{it} = u_i$. Кажано со економетриски речник, неефикасноста кај овие модели го претставува т.н. „опсервациски ефект“ (англ. firm effect) што се добива при традиционалната анализа на податоците во форма на панел, додека фактот што е непроменлива во функција на време, значи дека отсуствува т.н. „временски ефект“ (англ. „time effect“). Моделите на временски непроменливата ефикасност се разликуваат меѓу себе во зависност од методот којшто се користи за определувањето на параметрите од границата на ефикасноста и според дистрибуцијата на веројатност што ќе се претпостави за неефикасноста (u_i). Моделот што ќе го примениме во овој труд (Battese & Coelli, 1988) се заснова врз претпоставката дека неефикасноста следи скратена нормална дистрибуција на веројатност и го користи методот МЛЕ за определувањето на параметрите од границата на ефикасноста.

Кога станува збор за моделите за проценка на т.н. временски променлива ефикасност, разликите меѓу нив главно произлегуваат од начинот на којшто ќе биде вградено влијанието на временските промените на технологијата врз неефикасноста. Покрај тоа, и овие модели меѓу себе можат да се разликуваат според тоа дали и каква дистрибуција на веројатност ќе се претпостави за неефикасноста и кој метод ќе се користи за определувањето на параметрите од границата на ефикасноста. Општата форма во логаритамски облик на моделите за стохастичка граница на ефикасноста со процена на временски променлива ефикасност, би можела да се изрази со:

$$\ln(y_{it}) = \ln[f(X_{it}, \tau; \beta_i)] + v_{it} \pm u_{it}, \quad (9)$$

при што важи $\varepsilon_{it} \equiv v_{it} \pm u_{it}$ и со τ се означува временскиот параметар, како апроксимација за промените во технологијата и промената на неефикасноста во функција на времето.

Во моделот за временски променлива ефикасност на Battese и Coelli од 1992 година, влијанието на времето е вградено во процесот на определување на неефикасноста преку: $\varepsilon_{it} \equiv v_{it} \pm \tau_{it} u_i$. За неефикасноста (u_i) и за чистата случајна грешка (v_{it}) важат претпоставките за меѓусебна независност и идентична дистрибуираност по опсервациите, поради што може да се претпостави дека следат различна дистрибуција на веројатност. За неефикасноста се претпоставува дека следи скратена нормална дистрибуција на веројатност [$u_i \sim N^+(\mu_u, \sigma_u^2, 0, +\infty)$], додека за чистата случајна грешка се претпоставува дека следи нормална дистрибуција на веројатност [$v_{it} \sim N(0, \sigma_v^2)$]. Иако параметрите во моделот може да се определат и со примена на техниката на фиксни ефекти, сепак самите автори го претпочитаат методот МЛЕ и во литературата ова се смета како поставен стандард за овој модел. Моделот е специфициран со следново равенство (Battese & Coelli, 1992):

$$y_{it} = f(X_{it}; \beta_i) + v_{it} \pm \tau_{it} u_i \quad (10)$$

при што:

$$\tau_{it} = e^{-\eta(t-T_i)}. \quad (11)$$

каде што, η е непознат параметар, којшто го претставува временскиот ефект врз неефикасноста ($u_{it} = \tau_{it} * u_i$), идентичен за сите анализирани единици и се определува со методот МЛЕ. Моделот овозможува да се добие посебна временска динамика на неефикасноста според одделните крос-секции, којашто зависи од вредноста што би ја

имал η , односно τ_{it} . Така добиваме дека неефикасноста (u_{it}) може да расте во функција на време ако $\eta < 0$, односно $\tau_{it} < 1$, потоа неефикасноста (u_{it}) може да опаѓа во функција на време ако $\eta > 0$, односно $\tau_{it} > 1$ и на крајот можно е неефикасноста (u_{it}) да не се менува во функција на време ако $\eta = 0$ односно $\tau_{it} = 1$. Во последниот случај, моделот практично се сведува на модел на временски непроменливата неефикасност на Battese и Coelli од 1988 година. Кога $\eta \neq 0$, односно $\tau_{it} \neq 1$, неефикасноста на секоја крос-секција во последниот анализиран временски момент ($t_i = T_i$), се изедначува со базичното ниво на неефикасност, односно $u_{it} = u_i$. Покрај ова, за сите вредности на η , функцијата на τ_{it} е конвексна и монотона. Во моделот што се применува во овој труд е претпоставено дека временски променливата неефикасност опаѓа во функција време поради што и оваа варијанта на моделот на Battese и Coelli од 1992 година, се нарекува модел на временски променлива ефикасност со т.н. опаѓачки параметар (англ. decay parameter).

Главното ограничување на моделот на временски променлива ефикасност на Battese и Coelli од 1992 година е што не дозволува промена во рангирањето на анализираниите крос-секции во текот на времето (Coelli, et al., 2005). Имено, временската промена на неефикасноста на одделните крос-секции е изразена преку една иста експоненцијална функција за неефикасноста на анализираниите крос-секција. Оттука, примената на моделот на популација каде што релативната позиција во поглед на ефикасноста на одделните анализираниите единици во текот на времето се менува, треба да се земе со доза на резерва, што особено важи кога временската димензија на панелот би била релативно подолга. Покрај тоа, ограничување на моделот е и тоа што β_0 има иста големина за сите анализирани крос-секции, со што со оценетата неефикасност може да се опфати и ефектот на фактори коишто не се опфатени со моделот, се временски непроменливи, но влијаат врз разликите на остварувањето што ја дефинира ефикасноста и на тој начин се добиваат пристрасни резултати (Belotti, et al., 2012).

Другите модели за оценка на временски непроменливата ефикасност се разликуваат од моделот на Battese и Coelli во 1988 година, според претпоставената дистрибуција на веројатност што ја следи неефикасноста. На пример, во првиот модел којшто ја означил примената на пристапот на стохастичка граница на панел податоци, исто како и во моделот на Battese и Coelli, го користи методот МЛЕ за определување на параметрите на границата на ефикасноста опишан во прилогот II, но се претпоставува дека неефикасноста следи полуноормална дистрибуција на веројатност (Pitt & Lee, 1981) или некоја друга дистрибуција, опишани во прилогот I. Постојат и модели на временски непроменлива ефикасност што применуваат некоја од традиционалните економетриски методи за работа со панел податоци. Овие модели подразбираат определување на неефикасноста и на коефициентот β_0 како непознати фиксни параметри, со примена на традиционалниот економетриски метод - т.н. „в’итин естимејтор“ (англ. within estimator). Во литературата овој модел е познат како модел на фиксни ефекти за определување на временски непроменливата ефикасност.

Моделот на фиксни ефекти подразбира најпрво изразување на варијаблите во границата на ефикасноста како отстапувања од нивната просечна вредност ($y_{it} - \hat{y}_i$; $X_{it} - \hat{X}_i$), вклучување посебна $\beta_{0i} = \beta_0 \pm u_i$ за секоја одделна крос-секција i , со што моделот го добива следниов облик (Schmidt & Sickles, 1984):

$$(y_{it} - \hat{y}_i) = \beta_{0i} + f(X_{it} - \hat{X}_i; \beta_i) + v_{it} \quad (V-1)$$

каде што резидуалите се оцена на $v_{it} \pm u_{it}$, а специфичниот ефект за одделните крос-секции се добива со пресметка на временскиот просек на резидуалите со што за секоја крос-секција се добива $\hat{\beta}_{0i} = (y_{it} - \hat{y}_i) - f(X_{it} - \hat{X}_i; \beta_i)$. Потоа, се применува $\hat{\beta}_0 = \max_i(\hat{\beta}_{0i})$ и на крајот, неефикасноста се добива преку: $\pm \hat{u}_i = \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_{0i}$. Знакот (+) пред (\hat{u}_i) се користи при определување на трошочната ефикасност, а знакот (-) за производната, профитната и приходната ефикасност. Моделот на фиксни ефекти најдобро се применува кај панели со релативно големи димензии, односно постигнува најголема конзистентност кога $T \rightarrow \infty$ и кога $N \rightarrow \infty$. Доколку временската димензија на панелот (T) е кратка, тогаш нема предуслови за конзистентна оцена на $\hat{\beta}_{0i}$, а ако бројот на крос-секции (N) во панелот е мал, тогаш постои прецизна нормализација и одвојување на $\hat{\beta}_0$ и \hat{u}_i . Покрај тоа, проценката на неефикасноста (\hat{u}_i) како фиксен параметар, по правило, значи дека со неа, покрај временски непроменливата ефикасност, ги опфаќа и влијанието на сите останати фактори коишто влијаат врз опсервациите, но се константни во функција на времето. Оттука, овој модел не е соодветен за евентуално вклучување на регресори што се менуваат по крос-секции, но се временски непроменливи (Schmidt & Sickles, 1984).

Неефикасноста може да се третира и како случајно дистрибуирана варијабла, со константна просечна вредност и варијанса. Овој модел во литературата е познат под називот модел на случајни ефекти при определувањето на временски непроменлива ефикасност. Моделот на случајни ефекти гласи (Schmidt & Sickles, 1984):

$$y_{it} = [\beta_0 - E(u_i)] + f(X_{it}; \beta_i) + v_{it} \pm [u_i - E(u_{it})] \quad (V-2)$$

Овој модел се применува со т.н. метод во два чекори на генерализирани најмали квадрати за определување на параметрите во моделот. Со методот се оценува:

$$[\hat{u}_i - E(u_{it})] = \frac{\hat{\sigma}_u^2}{\hat{\sigma}_v^2 + T\hat{\sigma}_u^2} \sum_{t=1}^T \pm \{y_{it} - [\beta_0 - E(u_i)] - f(X_{it}; \beta_i)\} \quad (V-3)$$

по што следи проценка на неефикасноста преку:

$$\pm \hat{u}_i = \max[\hat{u}_i - E(u_{it})] - [\hat{u}_i - E(u_{it})] \quad (V-4)$$

Знакот (+) во равенствата (V-2), (V-3) и (V-4) се користи при определувањето на трошочната ефикасност, а знакот (-) за производната, профитната и приходната ефикасност. Методот на случајни ефекти претпоставува некорелираност на неефикасноста и на објаснувачките варијабли, поради што во литературата се смета дека постигнува најголема конзистентност кога $N \rightarrow \infty$. Кога $T \rightarrow \infty$ и кога $N \rightarrow \infty$ моделот е конзистентен, но е помалку прецизен во споредба со моделот на фиксни ефекти. Со други зборови, се препорачува моделот на случајни ефекти да се применува на панели со релативно голем број на крос-секции, но со скромна временска димензија, поради големата можност за емпириско отсуство на корелираност во такви панели меѓу u_i и X_{it} . Исто така, моделот на случајни ефекти овозможува надминување на проблемот со вклучување временски непроменливи регресори и овозможува „чистење“ на оценетата неефикасност за одделните анализирани опсервации од влијанието на ваквите регресори (Schmidt & Sickles, 1984).

Во литературата се конструирани и низа алтернативни модели за оцена на временски променливата ефикасност кај податоци во форма на панел. Некои од нив се слични како и моделот на Battese и Coelli од 1992 година, со тоа што применуваат различни начини за изразување на временскиот ефект врз неефикасноста. Така, кај моделот на Kumbhakar од 1990, временскиот ефект е сведен во интервал од 0 до 1, преку следнава спецификација (Kumbhakar, 1990):

$$\tau_{it} = \frac{1}{1+e^{bt+ct^2}} \quad (V-5)$$

каде што, b и c се параметрите коишто се определуваат со „MLE“ методот. Како што може да се забележи, во моделот треба да се оценат два параметри од коишто зависи временскиот ефект врз неефикасноста, поради што е пофлексибилен во споредба со моделот на Battese и Coelli. Функцијата на τ_{it} и во овој модел е монотона, но покрај како конвексна, може да се јави и како конкавна, во зависност од знаците и магнитудата на оценетите параметри. Меѓутоа, и кај овој модел се присутни истите ограничувачки фактори како и кај моделот на Battese и Coelli, а воедно сè уште не е применет на емпириски податоци.

Моделот на [Cuesta](#) од 2000 година се смета како генерализација на моделот на Battese и Coelli и е претставен со [\(Karagiannis & Tzouvelekas, 2009\)](#):

$$u_{it} = e^{[\xi_i(t-T)]} u_i. \quad (V-6)$$

каде што, ξ_i е временски параметар, којшто за разлика од параметарот кај моделот на Battese и Coelli, посебно е специфициран за секоја одделна крос-секција. Параметарот ξ_i следи скратена нормална дистрибуција на веројатност, односно $\xi_i \sim N^+(\mu_{\xi_i}, \sigma_{\xi_i}^2, a, b)$, со $a > 0$. Овој модел овозможува временските варијации кај (не)ефикасноста да бидат различни по одделните крос-секции, што значи дека во различни временски моменти може да се добие различно рангирање на крос-секциите според (не)ефикасноста. Доколку $\xi_i = \xi_1 = \xi_2 = \dots = \xi_N$ моделот на [Cuesta](#) од 2000 година, всушност се сведува на моделот на [Battese и Coelli од 1992](#) година, а ако $\xi_i = 0$ тогаш моделот се сведува на модел за оценка на временски непроменлива ефикасност.

За определување на временски променлива ефикасност, можат да се применат и моделите на фиксни или случајни ефекти, што всушност претставува надградување на моделите на фиксни и случајни ефекти кај временски непроменливата ефикасност. Така, во моделот на [Cornwell, Schmidt и Sickles од 1990](#) година, неефикасноста се претставува како квадратна функција од временски параметри. Ова овозможува оценетата неефикасност да добие посебна временска динамика кај одделните крос-секции, со што може да се менува рангирањето според ефикасноста на анализираниите единици во текот на времето. Моделот се заснова врз презентираниот во равенството [\(V-1\)](#), со тоа што оцената за $\hat{\beta}_{oit}$ се добива преку [\(Cornwell, et al., 1990\)](#):

$$\hat{\beta}_{oit} = \tau_{i1} + \tau_{i2}t + \tau_{i3}t^2 \quad (V-7)$$

каде што, τ_{i1} , τ_{i2} и τ_{i3} се параметрите што го претставуваат временскиот ефект. Понатамошната процедура за примена на моделот подразбира добивање на $\hat{\beta}_{oit} = \max_i(\hat{\beta}_{oit})$ и добивање оценка на неефикасноста преку: $\pm u_{it} = \hat{\beta}_{oit} - \hat{\beta}_{oit}$. Доколку важи $\tau_{i2} = \tau_{i3} \forall i$, тогаш моделот се сведува на модел на временски непроменлива ефикасност, а доколку важи $\tau_{i1} = \tau_{i2} \forall i$ или $\tau_{i1} = \tau_{i3} \forall i$, тогаш (не)ефикасноста е временски променлива, но нејзините варијации се идентични за секоја анализирана крос-секција [\(Karagiannis & Tzouvelekas, 2009\)](#). Поради квадратната функција за $\hat{\beta}_{oit}$, бројот на временски параметри што треба да се определат во моделот е релативно голем ($N \times 3$) и односот на бројот на параметрите што треба да се оценат и бројот на опсервациите е претставен со $\frac{(3N+K+1)}{N}T$. Токму големиот број на параметри што треба да се естимираат е дополнителен недостаток на овој модел, покрај веќе опишаните недостатоци на моделите на фиксни и случајни ефекти [\(Belotti, et al., 2012\)](#). Сличен пристап се среќава и кај

моделот предложен од [Lee и Schmidt](#) во 1993 година. Овие автори ја изразуваат неефикасноста преку [\(Karagiannis & Tzouvelekas, 2009\)](#):

$$u_{it} = g(t) * u_i \quad (V-8)$$

каде што, со $g(t)$ се изразува функција на временски вештачки варијабли g_t , коишто треба да се определат со примена на моделот на фиксни ефекти или моделот на случајни ефекти. Процедурата за оцена е слична со опишаната кај моделот на [Cornwell, Schmidt и Sickles од 1990](#) година, со тоа што неефикасноста на крајот се добива преку: $\pm u_{it} = \max(\hat{g}_t \hat{u}_i) - \hat{g}_t \hat{u}_i$. Ако $g_t = 1 \forall t$, тогаш моделот се сведува на модел на временски непроменлива ефикасност. Овој модел е соодветен за податоци во форма на панел со релативно кратка временска димензија, бидејќи потребно е да се оценат дополнителни $T - 1$ параметри. Позитивната страна на моделот е што динамиката на (не)ефикасноста во текот на времето, не е определена од конкретна функција, но недостатокот е што оваа временска динамика има идентична траекторија кај сите анализирани крос-секции [\(Karagiannis & Tzouvelekas, 2009\)](#).

За надминување на ограничувањата на моделот на Battese и Coelli од 1992 година, можат да се применат некои пофлексибилни модели за оцена на временски променливата ефикасност, коишто се среќаваат во литературата за пристапот на стохастичка граница. Еден таков модел е конструиран од [Kumbhakar и Heshmati во 1995](#) година и од [Kumbhakar и Hjalmarson во 1995](#) година, каде што се претпоставува дека неефикасноста е составена од две компоненти - првата како временски непроменлива, специфицирана за секоја одделна крос-секција и која ја опфаќа хетерогеноста меѓу крос-секциите поради влијанието на фактори што не се менуваат во функција на време и втората, којашто се менува во функција на време и според одделните крос-секции, следејќи полуноормална дистрибуција на веројатност. Моделот се оценува во два чекора, најпрво се применува метод на фиксни ефекти или метод на случајни ефекти за определување на параметрите, додека декомпозицијата на неефикасноста се прави во вториот чекор којшто подразбира примена на методот МЛЕ [\(Greene, 2008b\)](#), [\(Karagiannis & Tzouvelekas, 2009\)](#).

Како најфлексибилен модел што е конструиран досега за определување на границата на ефикасноста со примена на пристапот на стохастичка граница на ефикасноста важи моделот на [Greene](#) од 2004 година, којшто се нарекува „вистински“ модел на фиксни или на случајни ефекти. Флексибилноста на моделот произлегува од фактот што овозможува раздвојување на временски непроменливата хетерогеност на крос-секциите од временски променливата неефикасност, овозможува различна динамика на неефикасноста кај одделните крос-секции и менување на рангирањето на анализираниите крос-секции според неефикасноста во функција на време. Моделот во суштина претставува надградба на моделите на фиксни и на случајни ефекти, со тоа што како дел од просечната вредност на избраната дистрибуција на веројатност на неефикасноста се вградуваат варијабли што ја мерат хетерогеноста на крос-секциите [\(Greene, 2004c\)](#), [\(Greene, 2005a\)](#), [\(Greene, 2005b\)](#), [\(Greene, 2008a\)](#):

$$\mu_i = \delta_{0i} + \sum_{i=1}^N h_i \delta \quad (V-9)$$

Определувањето на параметрите од моделот се прави со различен метод во зависност од тоа дали се оценуваат „вистински“ фиксни ефекти или „вистински“ случајни ефекти. Во првиот случај се применува методот МЛЕ со вештачки варијабли (англ. Maximum Likelihood Dummy Variable), додека во вториот случај т.н. симулиран МЛЕ метод (англ. Simulated Maximum Likelihood). Поради карактеристиките на методот, се смета дека

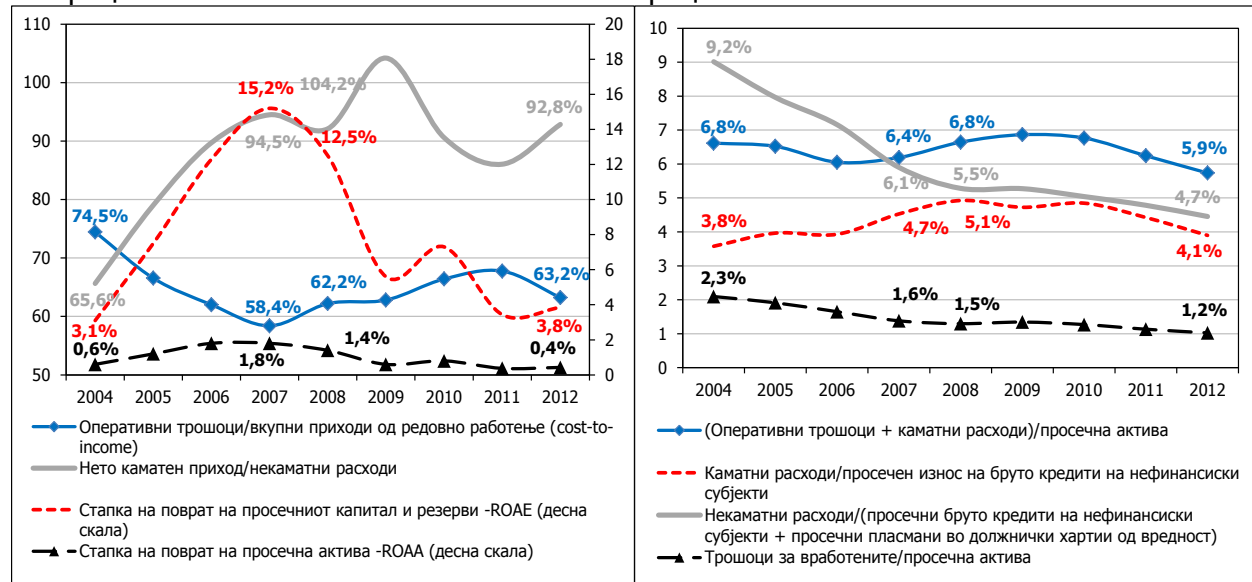
најсоодветно е овој модел на „вистински“ фиксни ефекти да се применува кога временската димензија на податоците во форма на панел е доволно голема, односно кога $T \geq 10$ (Belotti, et al., 2012).

Прилог VI: Краток осврт на движењата на показателите за ефикасноста на македонскиот банкарски систем

Во периодот од 2004 па сè до 2007-2008 година, банкарскиот систем на Република Македонија бележеше постојан тренд на подобрување на профитабилноста и ефикасноста. Ваквиот тренд произлегува од повеќегодишниот раст на конкуренцијата, проширувањето на спектарот и квалитетот на финансиските услуги коишто ги нудат банките, порастот на депозитната база, проследено со постојан раст на обемот на активности и намалување на ризици на кредитното портфолио на банките. Имено, во 2004 година банките сè уште работеа со скромни добивки, па дури и загуби. Потоа, до 2008 година, следеше период на општ тренд на подобрување на показателите за профитабилноста и ефикасноста, којшто првенствено се должеше на конверзијата на нископриносните девизни средства пласирани во странски банки, во високоприносни побарувања од резиденти. Со заострувањето на глобалната финансиска криза (којашто потоа премина и во криза на неодржлив државен долг, кај одделни земји од ЕУ) и последователните проблеми за домашниот реален сектор, почнувајќи од 2008 година, настапи период на забавување на економската активност, намалување на кредитниот раст и преоценка на ризиците од страна на банките, со што профитабилноста и ефикасноста на банкарскиот систем опаднаа. Соодветно, од 2008 година поголемиот дел од показателите за профитабилноста и ефикасноста на банкарскиот систем бележат влошување. Извесни позитивни поместувања, во овој домен, се забележуваат во 2012 година и се очекува дека ќе продолжат, а можеби и да се засилат, во периодот што следува.

Графикон бр. 1

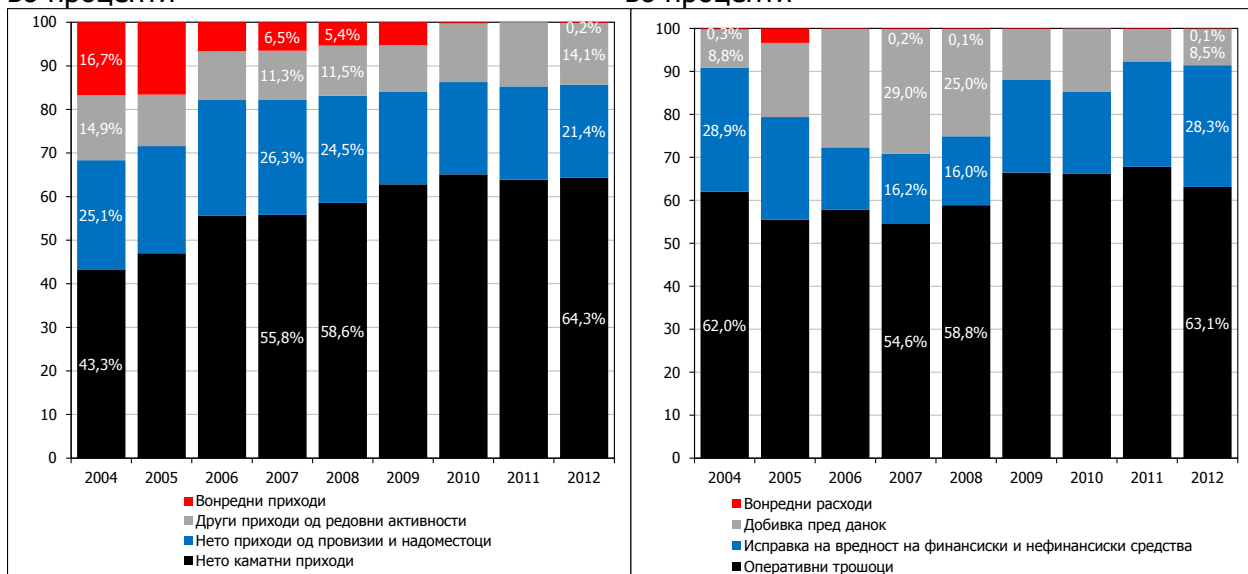
Показатели за профитабилноста и ефикасноста на македонските банки, пресметани од финансиските извештаи на банките во проценти



Извор: НБРМ, врз основа на податоците доставени од страна на банките.

Приходите и профитите на банките манифестираат нешто поизразена променливост, што е последица, пред сè, на нивниот претежно (про)цикличен карактер. Наспроти тоа, трошоците на банките (пред сè оперативните) се повеќе под влијание на интерните фактори, коишто менаџментот може и треба да ги контролира. Почнувајќи од 2006 година, нето каматните приходи претставуваат главен двигател на профитабилното работење на банките, чиешто учество во вкупните приходи се зголеми за повеќе од 20 процентни поени во периодот од 2004 до 2012 година. Забрзаниот кредитен раст, проследен со зголемување на висококаматонските средства, како и постепеното разрешување на проблемите поврзани со старото кредитно портфолио (коишто ги носеа вонредните приходи) се главните причини за значителното зајакнување на учеството на нето каматните приходи во вкупните приходи на банките.

Графикон бр. 2
Структура (лево) и употреба (десно) на вкупните приходи на банките во проценти

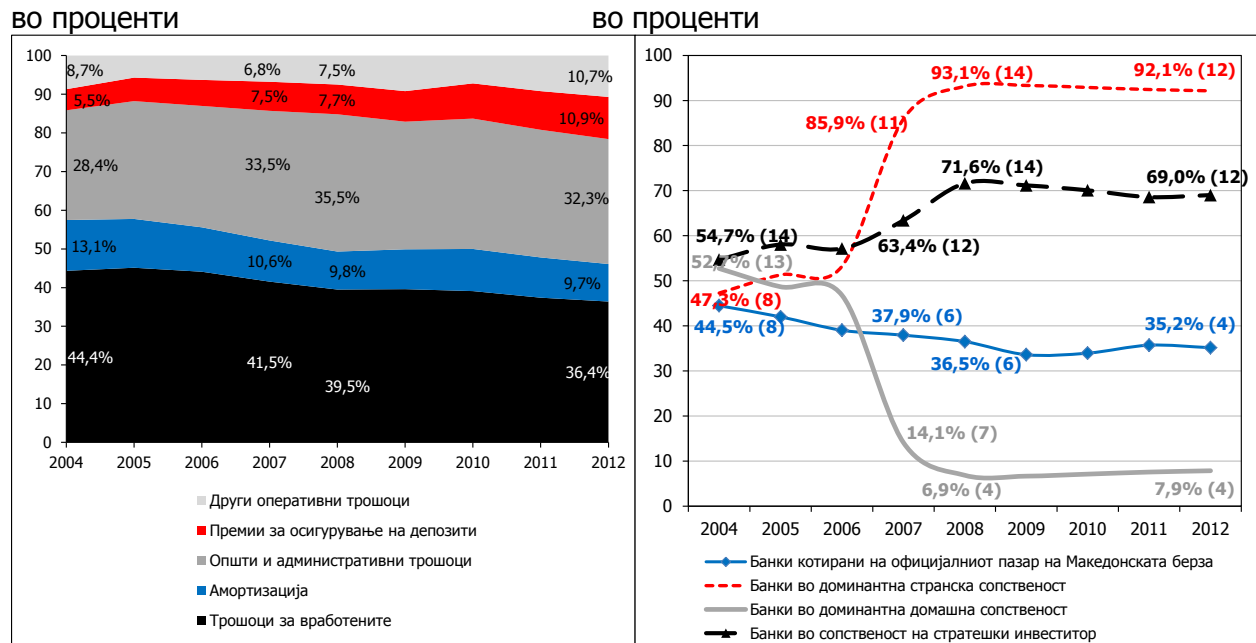


Извор: НБРМ, врз основа на податоците доставени од страна на банките.

Најголем дел од приходите на банките се апсорбираат за покривање на оперативните трошоци. Во периодот од 2004 до 2007 година, учеството на оперативните расходи во вкупните приходи на банките се намали за неполни 8 процентни поени, за во наредниот период повторно да се зголеми, со што во 2012 година достигна ниво дури повисоко од она што е забележано во 2004 година. Во структурата на оперативните расходи, трошоците за вработените имаат најголемо учество, иако се забележува постојано негово намалување од 2004 година. Релативно е високо и учеството на општите и административни трошоци, на кои отпаѓаат околу третина од вкупните оперативни трошоци. Во структурата на општите и административните трошоци, најзастапени се трошоците за услуги, коишто претставуваат повеќе од две третини од вкупните општи и административни трошоци на банките.

Графикон бр. 3

Структура на оперативните трошоци (лево) и пазарни учества на одделните групи банки, според сопственичката структура (десно)

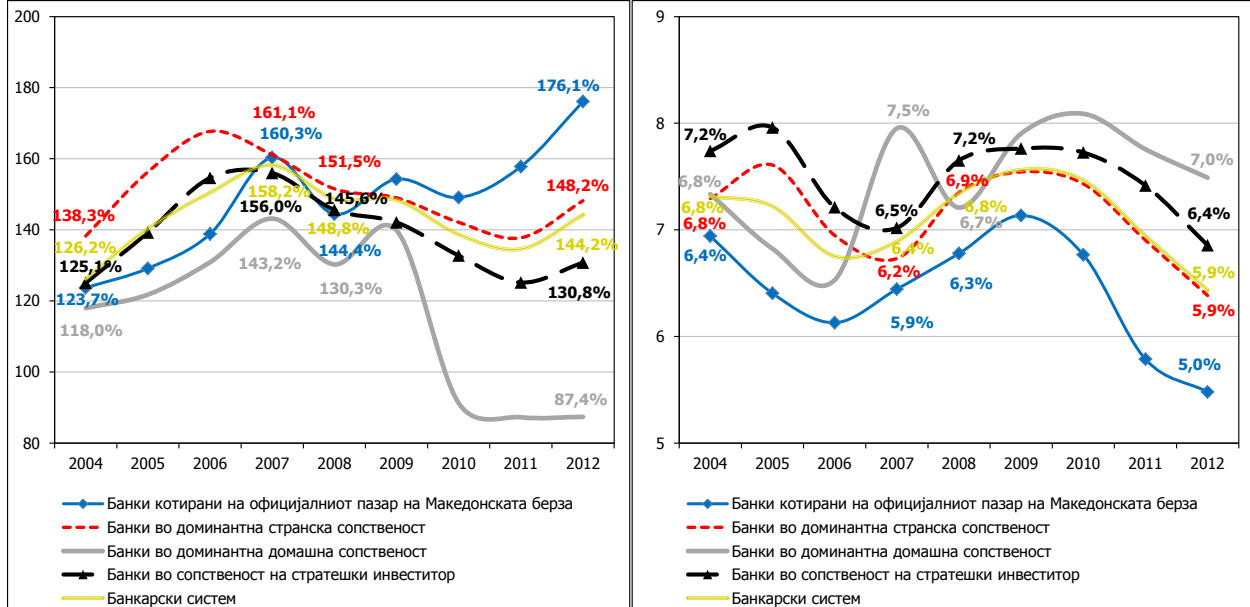


Извор: НБРМ, врз основа на податоците доставени од страна на банките.

Во периодот од 2006 до 2008 година, во македонскиот банкарски систем се случиле позначајни промени во сопственичката структура, коишто евентуално би можеле да влијаат врз нивото на ефикасност на банките. Имено, во анализираниот период, бројот на банки во доминантна странска сопственост позначително се зголеми за сметка на намалувањето на бројот на банки во домашна сопственост. Истовремено, бројот на банки во сопственост на стратешки инвеститор забележа зголемување, додека бројот на банки коишто котираат на официјалниот пазар на Македонската берза забележа пад. Сепак, тешко е да се согледаат и разграничат вистинските ефекти од промената во сопственоста на банките врз нивната ефикасност, имајќи го предвид поклопувањето на периодот на позначителна сопственичка трансформација на банките со периодот на избувнување на глобалната финансиска криза и пренесување на нејзините ефекти врз домашната економија. Исто така, на краток рок, промените во сопственоста на банките се проследени и со малку повисоки трошоци поврзани со реструктурирање и реорганизација на банките, проширување на мрежата на експозитури, зајакнување на кадровскиот и техничкиот капацитет на банките и генерална прераспределба на нивните ресурси заради исполнување на новопоставените стратески определби и зајакнување на пазарните позиции. Последново може да ја искриви сликата во врска со вистинските ефекти од сопственичката трансформација на банките врз нивото на ефикасност, коишто вообичаено се материјализираат со нешто поголемо временско задоцнување.

Графикон бр. 4

Покриеност на некаматните расходи со вкупните приходи од редовно работење (лево) и учество на збирот од оперативните трошоци и каматните расходи во вкупната просечна актива (десно) на одделни групи банки, според сопственичката структура во проценти

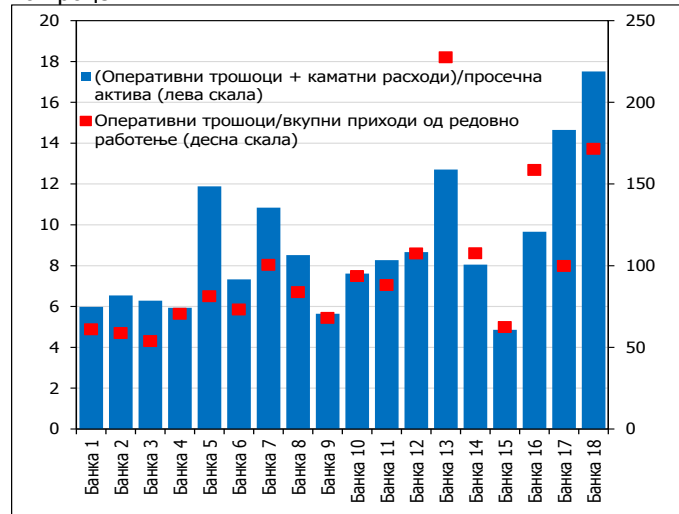


Извор: НБРМ, врз основа на податоците доставени од страна на банките.

Анализата на показателите по одделни банки упатува на значителни разлики во нивото на ефикасност претставено како однос меѓу трошоците од една страна и приходите или средствата од друга страна. Општо земено, банките со повисок износ на средства манифестираат и пониско ниво на трошоци во однос на средствата или приходите. Сепак, постојат и бројни исклучоци од ова правило, особено кога се анализира нивото на ефикасност, изразено како трошоци по единица излезна варијабла. Дополнително, се забележуваат извесни разлики и варијации во способноста на банките за максимизација (генерирање) на приходите/профитите наспроти способноста за минимизација (контрола) на трошоците. Така, на пример, во периодот од 2004 па сè до 2008 година, банките коишто се во доминантна странска сопственост

Графикон бр. 5

Просечно ниво на избрани билансни показатели за ефикасност, пресметано за периодот од 2004 до 2012 година, по одделна банка во проценти



Извор: НБРМ, врз основа на податоците доставени од страна на банките.

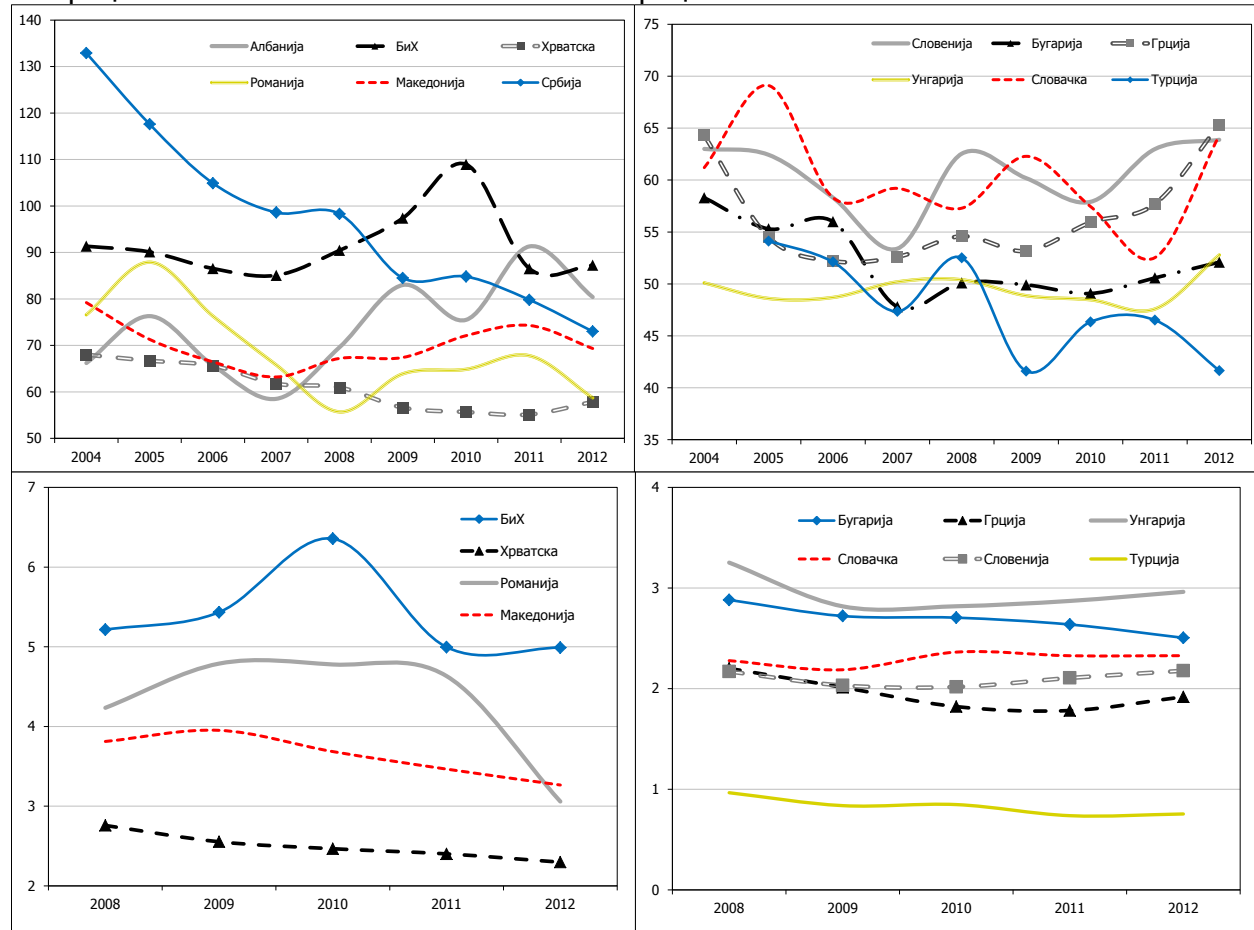
Забелешка: Редоследот на банките во графиконот е според просечниот износ на актива во периодот од 2004 до 2012 година, почнувајќи од банката со највисок просечен износ на актива.

создаваат најмногу приходи по единица направен трошок, но истовремено, од друга страна, банките коишто котираат на Македонската берза редовно прават најмали трошоци по единица актива.

Во споредба со банкарските системи на избрани земји од регионот и земји-членки на ЕУ, македонскиот банкарски систем се карактеризира со малку пониска ефикасност, мерена преку билансните показатели. Имено, во речиси целокупниот анализиран временски период од 2004 до 2012 година, македонскиот банкарски систем има понизок показател за учеството на некаматните расходи во вкупните редовни приходи единствено во споредба со банкарските системи на три земји (вообичаено, Албанија, Србија и Босна и Херцеговина), додека соодносот меѓу оперативните трошоци и просечната актива е помал единствено во однос на банкарските системи на Босна и Херцеговина и Романија.

Графикон бр. 6

Учество на некаматните расходи во вкупните приходи од редовно работење (прв ред) и учество на оперативните трошоци во просечната актива (втор ред), по одделни земји во проценти



Извор: НБРМ, врз основа на податоците доставени од страна на банките.

Прилог VII: Дескриптивна статистика на користените варијабли во трудот

Варијабла	Број на обсервации	Просечна вредност	Стандардна девијација	Минимум	Максимум
Варијабли користени при определување на границата на трошочната ефикасност					
Вкупни трошоци (збир од оперативни и каматни расходи)	153	905.756,2	1.165.962,0	64.574,0	4.523.425,0
Цена на труд	153	0,02	0,01	0,01	0,07
Кредити на домаќинства и претпријатија	153	846.229,00	1.29e+07	154.876,00	5.28e+07
Цена на користени материјали и услуги	153	0,34	0,02	0,01	0,12
Каматна стапка на депозити по видување	153	0,01	0,01	0,00	0,40
Каматна стапка на орочени депозити	153	0,05	0,10	0,01	0,90
Физички капитал	153	715.463,70	876.930,60	23.317,00	5.334.698,00
Капитал и резерви	153	1.599.430,00	1.811.235,00	223.789,00	9.030.371,00
Тримесечен Еурибор	153	0,02	0,01	0,01	0,05
Каматна стапка на домашен меѓубанкарски пазар на депозити	153	0,05	0,02	0,02	0,09
Варијабли користени при испитување на факторите на трошочната неефикасност на банките					
Нето-каматна маргина	153	0,04	0,02	0,01	0,11
Стапка на поврат на активата	153	0,00	0,36	-0,11	0,18
НПЛ показател	153	0,14	0,13	0,00	0,72
Покриеност на В, Г и Д со исправка на вредност	153	1,01	1,90	0,07	23,81
Лернер индекс	153	0,60	0,16	0,42	0,82
Херфиндал индекс	153	1.590,38	61,02	1.457,00	1.685,00
Учество на валутна компонента во вкупни кредити	153	0,45	0,27	0,00	0,96
Учество на валутна компонента во вкупни депозити	153	0,48	0,18	0,00	0,79
Ликвидна актива/вкупна актива	153	1,87	6,73	0,83	43,34
Кредити/депозити	153	1,12	1,32	0,19	10,71
LN(актива)	153	10,9	1,3	8,3	13,4
Раст на ликвидна актива	135	0,25	0,47	-0,51	2,21
Раст на портфолио од хартии од вредност	132	0,88	2,66	-0,90	21,67
Реален раст на депозитите	135	0,22	0,47	-0,40	3,52
Портфолио на хартии од вредност/вкупна актива	153	0,15	0,11	0,00	0,53
Депозити по видување/вкупна актива	153	0,24	0,11	0,01	0,53
Депозити од домаќинства/вкупна актива	153	0,36	0,17	0,02	0,64